Một số lớp toán tử chuẩn hợp nhất trong logic mờ

Nguyễn Huy Chinh

Trường Đại học Khoa học Tự nhiên
Chuyên ngành: Đảm bảo toán cho máy tính và hệ thống tính toán
Mã số: 604635
Người hướng dẫn: PGS.TSKH. Bùi Công Cường
Năm báo vệ: 2011

Abstract. Trình bày Toán tử chuẩn hợp nhất: đề cấp đến các lớp chuẩn hợp nhất phổ biến sau đây và các tính chất của nó như Lớp chuẩn hợp nhất dạng min và dạng max, Lớp chuẩn hợp nhất lũy đẳng, Lớp chuẩn hợp nhất biểu diễn và Lớp chuẩn hợp nhất liên tục. Nghiên cứu Phép kéo theo: Phép kéo theo (U,N); Phép keo theo RU; Phép kéo theo QL; Phép kéo theo D. Ứng dụng của chuẩn hợp nhất trong Điều khiển mờ: Chuẩn hợp nhất lũy đẳng; Quá trình điều khiển với yếu tố mờ, không chắc chắn; Biến ngôn ngữ; Cấu trúc cơ bản; Cơ sở luật; Khâu mờ hóa; Mô tơ suy diễn; Khâu giải mờ.

Keywords. Toán tin; Lôgic mờ; Toán tử chuẩn hợp nhất

Content:

CHƯƠNG 1

CHUẨN HỢP NHẤT

1.1 Chuẩn hợp nhất

1.1.1. Chuẩn hợp nhất

Như ta đa biết với t_chuẩn và t_đối chuẩn ta có:

+ Một t-chuẩn T là một ánh xạ T: $[0,1]\text{x}[0,1]\to[0,1]$ có các tính chất sau:

(1) $T(x,y)=T(y,x)$ (Tính chất giao hoán)

(2) $T(x,y)\geq T(x',y') \quad khi \;\; x\geq x';\;\; y\geq y'$ (Tính đơn điệu)

(3) $T(x,T(y,z))=T(T(x,y),z)$ (Tính kết hợp)

(4) $T(x,1)=x$

+ Một t-đối chuẩn là một ánh xạ S: $[0,1]x[0,1] \rightarrow [0,1]$ có các tính chất sau:

(1) $S(x,y) = S(y,x)$ (Tính chất giao hoán)

(2) $S(x,y) \geq S(x',y')$ $khi \;\; x \geq x';\; y \geq y'$ (Tính đơn điệu)

(3) $S(x,S(y,z)) = S(S(x,y),z)$ (Tính kết hợp)

(4) $S(x,0) = x$

Chúng ta có thể gộp 2 toán tử hai ngôi này để xây dựng toán toán tử hai ngôi kết hợp. Toán tử hai ngôi kết hợp mới này gọi là chuẩn hợp nhất có 3 tính chất đầu giống như 3 tính của t_chuẩn và t_đối chuẩn và có phần tử trung hòa là $e \in [0,1]$.

Định nghĩa 1.2.1: Một chuẩn hợp nhất là một ánh xạ U: $[0,1]x[0,1] \rightarrow [0,1]$ có các tính chất sau: với mọi x,y,z $\in [0,1]$

(1) U(x,y)=U(y,x) (Tính chất giao hoán)

(2) Nếu $x_1 \leq x_2$, $y_1 \leq y_2$ thì $U(x_1,y_1) \leq U(x_2,y_2)$ (Tính đơn điệu theo từng biến)

(3) U(x,U(y,z))=U(U(x,y),z) (Tính kết hợp)

(4) Tồn tại $e \in [0,1]$ sao cho: U(x,e)=x, e được gọi là phần tử trung hòa.

1.1.2. Tính chất của toán tử chuẩn hợp nhất:

+ *Tính chất 1.2.1:* Khi e = 1 thì U là t_chuẩn, e=0 thì U là t_đối chuẩn.

+ *Tính chất 1.2.2*: Tồn tại một luật Morgan đối ngẫu cho toán tử chuẩn hợp nhất . Tức là:

Giả sử *U* là một chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa e. Khi đó toán tử U' được xác định: $U'(x,y) = 1 - U(\bar{x},\bar{y})$ trong đó $\bar{x} = N(x) = 1 - x$ cũng là một chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa là $\bar{e} = 1 - e$.

+ *Tính chất 1.2.3*:

Giả sử *U* là một chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa *e*. Khi đó:

1. Với *x* bất kì và mọi *y*> *e* ta có : $U(x,y) \geq x$

2. Với bất kì và mọi *y* < *e* ta có : $U(x,y) \leq x$

+ *Tính chất 1.2.4:* Giả sử U là một chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa *e*. Khi đó:

1. U*(x,0) = 0* với $\forall x \leq e$

2. $U(x,1) = 1$ với $\forall x \geq e$

+ *Tính chất 1.2.5:* Với toán tử chuẩn hợp nhất U bấy kỳ ta có:

$$U(0,1), U(1,0) \in \{0,1\}$$

1.2 Chuẩn hợp nhất dạng min và dạng max

Định nghĩa: Một toán tử U: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ gọi là chuẩn hợp nhất dạng min với phần tử trung hòa e $\in (0,1)$ nếu tồn tại t-chuẩn T và một t-đối chuẩn S sao cho U được cho bởi công thức sau:

$$U(x,y) = \begin{cases} eT\left(\dfrac{x}{e}, \dfrac{y}{e}\right) & khi \quad (x,y) \in [0,e]^2 \\ e+(1\text{-}e)S\left(\dfrac{x\text{-}e}{1\text{-}e}; \dfrac{y\text{-}e}{1\text{-}e}\right) & khi \quad (x,y) \in [e,1]^2 \\ \min(x,y) & \text{khác } \textbf{đi} \end{cases}$$

Định nghĩa 1.2.4: Một toán tử U: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ gọi là chuẩn hợp nhất dạng max với phần tử trung hòa e $\in (0,1)$ nếu tồn tại t-chuẩn T và một t-đối chuẩn S sao cho U được cho bởi công thức sau:

$$U(x,y) = \begin{cases} eT\left(\dfrac{x}{e}, \dfrac{y}{e}\right) & khi \quad (x,y) \in [0,e]^2 \\ e+(1\text{-}e)S\left(\dfrac{x\text{-}e}{1\text{-}e}; \dfrac{y\text{-}e}{1\text{-}e}\right) & khi \quad (x,y) \in [e,1]^2 \\ \max(x,y) & \text{khác } \textbf{đi} \end{cases}$$

1.3. Chuẩn hợp nhất lũy đẳng

Định nghĩa: Chuẩn hợp nhất U được gọi là chuẩn hợp nhất lũy đẳng nếu U(x,x) = x với mọi x $\in$ [0,1].

Định lý(M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[2, Theorem 6])***:*** U là chuẩn hợp nhất lũy đẳng với phần tử trung hòa e $\in$ [0,1] nếu và chỉ nếu có một hàm giảm g: $[0,1] \rightarrow [0,1]$ với g(e) = e sao cho:

$$U(x,y) = \begin{cases} \min(x,y) & khi \quad y < g(x) \quad hoăc \quad [y = g(x) \quad và \quad x < g(g(x))] \\ \max(x,y) & khi \quad y > g(x) \quad hoăc \quad [y = g(x) \quad và \quad x > g(g(x))] \\ \min(x,y) \quad hoăc & \\ \max(x,y) & khi \quad y = g(x) \quad \text{và} \quad x = g(g(x)) \end{cases}$$

giao hoán trên tập {(x,y)| y = g(x) với x = g(g(x)) }

Hàm g mô tả như trên được gọi là hàm liên kết của U. Ký hiệu chuẩn hợp nhất lũy đẳng với phần tử trung hòa e $\in$ [0,1] là U = (e, g).

1.4. Chuẩn hợp nhất biểu diễn

Định nghĩa(M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[2, Definition 2])***:*** Một chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa e $\in$ (0,1) gọi là biển diễn nếu có một ánh xạ liên tục và tăng ngặt h: [0,1] $\to$ [$-\infty,+\infty$] với h(0)= $-\infty$, h(e)=0 và h(1)=$+\infty$ (gọi là hàm sinh cộng tính - additive generator của U) sao cho:

+ Với mọi $(x,y)\in[0,1]^2\setminus\{(0,1),(1,0)\}$ thì $U(x,y)=h^{-1}(h(x)+h(y))$

+Với $(x,y)\in\{(0,1),(1,0)\}$ thì U(x,y)=0 hoặc U(x,y)=1.

Định lý: Toán tử hai ngôi U: $[0,1]^2\to[0,1]$ là chuẩn hợp nhất biển diễn thì:

i, U liên tục và tăng ngặt trên $(0,1)^2$

ii, Tồn tại một hàm phủ định mạnh N sao cho: U(x,y) = N(U(N(x),(N(y))) với $(x,y)\in[0,1]^2\setminus\{(0,1),(1,0)\}$

Định lí (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[2, Theorem 7]) Giả sử U là một chuẩn hợp nhất liên tục trên $(0,1)^2$ với phần tử trung hòa $e\in(0,1)$. Khi đó một trong các trường hợp sau được thỏa mãn:

(a) Tồn tại $u\in[0,e)$, $\lambda\in(0,u]$, hai t-chuẩn liên tục T_1 và T_2 và chuẩn hợp nhất biểu diễn U_R sao cho U có thể được biểu diễn dạng:

$$U(x,y)=\begin{cases}\lambda T_1\left(\dfrac{x}{\lambda},\dfrac{y}{\lambda}\right) & khi \quad x,y\in[0,\lambda]\\ \lambda+(u-\lambda)T_2\left(\dfrac{x-\lambda}{u-\lambda};\dfrac{y-\lambda}{u-\lambda}\right) & khi \quad x,y\in[\lambda,u]\\ u+(1-u)U_R\left(\dfrac{x-u}{1-u};\dfrac{y-u}{1-u}\right) & khi \quad x,y\in(u,1)\\ 1 & \text{khi} \quad \min(x,y)\in(\lambda,1] \ \text{và} \ \max(x,y)=1\\ \min(x,y) \ \text{hay} \ 1 & \text{khi} \quad (x,y)\in\{(\lambda,1),(1,\lambda)\}\\ \min(x,y) & \text{khác đi}\end{cases}$$

(b) Tồn tại $v \in (e,1]$, $\omega \in (v,1]$, hai t-đối chuẩn liên tục S_1 và S_2 và một chuẩn hợp nhất biểu diễn U_R sao cho U có thể được biểu diễn dạng:

$$U(x,y)=\begin{cases} vU_R\left(\dfrac{x}{v},\dfrac{y}{v}\right) & khi \quad x,y\in(0,\mathrm{v}) \\ \mathrm{v}+(\omega\text{-v})\mathrm{S}_1\left(\dfrac{\text{x-v}}{\omega\text{-v}};\dfrac{\text{y-v}}{\omega\text{-v}}\right) & khi \quad x,y\in[\mathrm{v},\omega] \\ \omega+(1\text{-}\omega)\mathrm{S}_2\left(\dfrac{\text{x-}\omega}{1\text{-}\omega};\dfrac{\text{y-}\omega}{1\text{-}\omega}\right) & khi \quad x,y\in[\omega,1] \\ 0 & \text{khi} \quad \max(x,y)\in[0,\omega) \text{ và } \min(x,y)=0 \\ \max(x,y) \text{ hay } 0 & \text{khi} \quad (x,y)\in\{(0,\omega),(\omega,0)\} \\ \max(x,y) & \text{khác đi} \end{cases}$$

CHƯƠNG 2

PHÉP KÉO THEO

2.1 Phép kéo theo

Định nghĩa: Phéo kéo theo (implication) là một hàm số I: $[0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ thỏa mãn các điều kiện sau :

a, Nếu $x \le z$ thì $I(x,y) \ge I(z,y)$ với mọi $y \in [0,1]$

b, Nếu $y \le u$ thì $I(x,y) \le I(x,u)$ với mọi $x \in [0,1]$

c, $I(0,x) = 1$ với mọi $x \in [0,1]$

d, $I(x,1) = 1$ với mọi $x \in [0,1]$

e, $I(1,0) = 0$

2.2 Phép kéo theo (U,N)

Cho U lần lượt là các chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa là e. Cho N là hàm phủ định. Ký hiệu $I_{U\text{-}N}$ là toán tử (U,N) xác định bởi công thức sau:

$I_{U\text{-}N}(x,y) = U(N(x), y)$ với mọi $x, y \in [0,1]$ **(2.3)**

Toán tử $I_{U\text{-}N}$ thỏa mãn các điều kiện **(a), (b), (e)** của định nghĩa phép kéo theo, còn các điều kiện **(c)**: $I_{U,N}(x,0) = 1$ với mọi $x \in [0,1]$ và **(d)**: $I_{U,N}(1,y) = 1$ với mọi $y \in [0,1]$ chưa thể khẳng định có thỏa mãn hay không. Vậy ta muốn nghiên cứu khi $I_{U,N}$ như một hàm kéo theo thì ta chỉ cần kiểm tra $I_{U,N}$ có thỏa mãn hai điều kiện này hay không.

Bổ đề (Michał Baczy´ nski, Balasubramaniam Jayaram [5, Proposition 5.3]) : Với U là chuẩn hợp nhất và N là hàm phủ định thì toán tử $I_{U,N}$ tương ứng là phép kéo theo khi và chỉ khi U là chuẩn hợp nhất dạng tuyển.

Hệ quả: Với U là chuẩn hợp nhất biểu diễn mà U(1,0) = U(0,1) = 1 và N là hàm phủ định thì toán tử $I_{U,N}$ tương ứng là phép kéo theo.

2.3 Phép kéo theo RU

Cho U lần lượt là các chuẩn hợp nhất với phần tử trung hòa là e. Ký hiệu I_U là toán tử RU xác định bởi công thức sau:

$$I_U(x,y) = \sup\{ t\in[0,1] \mid U(x,t)\le y \} \text{ với mọi } x,y \in[0,1] \qquad \textbf{(2.4)}$$

Toán tử I_U thỏa mãn các điều kiện **(a), (b), (d)** và **(e)** của định nghĩa phép kéo theo, còn các điều kiện **(c)**: $I_U(0,x) = 1$ với mọi $x\in[0,1]$ chưa thể khẳng định có thỏa mãn hay không. Vậy ta muốn nghiên cứu khi I_U như một hàm kéo theo thì ta chỉ cần kiểm tra I_U có thỏa mãn điều kiện này hay không.

Bổ đề (Michał Baczy´ nski, Balasubramaniam Jayaram [6, Proposition 6.2]) **:** Với U là chuẩn hợp nhất thì toán tử I_U tương ứng là phép kéo theo khi và chỉ khi U là chuẩn hợp nhất thỏa mãn U(0,y) = 0 với mọi $y \in[0,1)$.

Hệ quả: Với U =(T, S, e) là chuẩn hợp nhất dạng min và N là hàm phủ định thì toán tử I_U tương ứng là phép kéo theo.

Bổ đề(Michał Baczy´ nski, Balasubramaniam Jayaram [6, Proposition 5.3]) **:** Nếu U là chuẩn hợp nhất dạng min thì I_U là phép kéo theo và khi đó I_U có dạng sau:

$$I_U(x,y)=\begin{cases} eI_T\left(\dfrac{x}{e},\dfrac{y}{e}\right) & khi \quad (x,y)\in[0,\mathrm{e}]^2 \quad \text{và} \quad x>y \\ \mathrm{e+(1\text{-}e)I_S}\left(\dfrac{\mathrm{x\text{-}e}}{\mathrm{1\text{-}e}};\dfrac{\mathrm{y\text{-}e}}{\mathrm{1\text{-}e}}\right) & khi \quad (x,y)\in[\mathrm{e},1]^2 \quad \text{và} \quad x\le y \\ e & khi \quad (x,y)\in[\mathrm{e},1]^2 \quad \text{và} \quad x>y \\ I_{\min}(x,y) & \text{khác đi} \end{cases}$$

với mọi $x, y\in[0,1]$

Hệ quả: Nếu U là chuẩn hợp nhất lũy đẳng với hàm chuyển g và phần tử trung hòa e. I_U là phép kéo theo khi và chỉ khi g(0)=1.

Hệ quả: Nếu U là chuẩn hợp nhất lũy đẳng với hàm chuyển g và g(0)=1 thì I_U là phéo kéo theo và có dạng sau:

$$I_U(x,y)=\begin{cases} max(g(x),y) & khi \quad x\le y \\ \min(g(x),y) & khi \quad x>y \end{cases} \qquad \text{với mọi x,y} \in [0,1]$$

2.4 Phép kéo theo QL

Cho U và U' là chuẩn hợp nhất dạng hội và chuẩn hợp nhất dạng tuyển với phần tử trung hòa lần lượt là e và e'. Cho N là một phủ định mạnh. Ta sẽ kí hiệu I_Q tương ứng với toán tử QL được cho bởi:

$$\boldsymbol{I_Q(x,y) = U'(N(x),U(x,y))} \quad \text{với mọi x,y} \in [0,1]. \qquad \textbf{(2.5)}$$

Ta nhận thấy rằng toán tử I_Q thỏa mãn các điều kiện (b), (c), (d), (e) của định nghĩa phép kéo theo, còn điều kiện (a) là sự giảm trong biến thứ nhất chưa thể khẳng định có thỏa mãn hay không. Ta muốn nghiên cứu khi I_Q như một hàm kéo theo thì ta chỉ cần kiểm tra I_Q có giảm trong biến thứ nhất hay không. Ta bắt đầu với điều kiện cần thiết sau đây trong trường hợp tổng quát:

Bổ đề :: Cho U và U' là các chuẩn hợp nhất dạng hội và dạng tuyển, N là một phủ định mạnh sao cho tương ứng với toán tử QL I_Q là một hàm kéo theo. Khi đó U' là một t-đối chuẩn thỏa mãn U'(x,N(x)) = 1 với mọi x $\in$ [0,1].

Ví dụ 2.4.2: Nếu ta chọn : U'(x,y) = min(1, x+y), N(x) =1-x thì khi đó với mọi U(x,y), điều kện U'(x,N(x)) = 1 trong mệnh đề trên luôn được thỏa mãn. Thật vậy, ta có : U'(x, N(x)) = min(1,x+1-x) = min(1,1) = 1.

Với I_Q(x,y) = min(1,1-x +U(x,y)). Bây giờ ta xét với U' là hàm t-đối chuẩn liên tục, với một hàm chuyển φ : [0,1] $\rightarrow$ [0,1] là một đẳng cấu tăng. Ký hiệu I_Q(x,y) = φ^{-1}(min(1-φ(x)+ φ(U(x,y))) với mọi x, y $\in$ [0,1]. Ta có kết quả sau đối với toán tử I_Q:

$$I_Q(x,y)=\begin{cases} 1 & khi \quad y\ge e \\ \varphi^{-1}(1-\varphi(x)+\varphi(U(x,y))) & khi \quad y\le e \end{cases} \qquad \textbf{(2.6)}$$

Ta ký hiệu toán tử QL trên là $I^{\varphi,U}$.

Bổ đề : (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[3, Proposition 13]) Nếu U là một chuẩn hợp nhất dạng hội liên lục với phần tử trung hòa e $\in$ (0,1) và φ là một đẳng cấu tăng sao cho $I^{\varphi,U}$, được định nghĩa bởi công thức **(2.4)**, là một phép kéo theo thì U không liên tuc trên $[0,1]^2$.

Chú ý: U không liên tục trên trên $[0,1]^2$ thì U không là chuẩn hợp nhất biểu diễn.

Vậy $I^{\varphi,U}$ là phéo kéo theo thì U không là chuẩn hợp nhất biểu diễn.

Bổ đề (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[3, Proposition 14])***:*** U là một chuẩn hợp nhất lũy đẳng dạng hội với phần tử trung hòa e $\in$[0,1] và φ: [0,1] $\to$ [0,1] là một đẳng cấu tăng. $I^{\varphi,U}$ là một phép kéo theo nếu và chỉ nếu U được xác định bởi công thức :

$$U(x,y) = \begin{cases} \max(x,y) & khi \quad \min(x,y) \geq e \\ \min(x,y) & khác \quad \textbf{đ}i \end{cases} \quad \textbf{(2.7)}$$

Định nghĩa: Một toán tử hai ngôi F : $[a,b]^2 \to [a,b]$ gọi là thỏa mãn điều kiện Lipschitz nếu |F(x,y) - F(x',y')| ≤ |x-x'| + |y-y'| với mọi x, y, x', y' $\in$[a,b].

Như vậy nếu một t-chuẩn T thỏa mãn điều kiên Lipschitz thì ta có:

T(x,y) -T(x',y) < x-x' với mọi x' ≤ x

Ký hiệu p_e : [0,e] →[0,1] là một đẳng cấu tăng xác định bởi $p_e(x) = \frac{x}{e}$

Bổ đề(M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[3, Proposition 16])*:* Cho U = (e, T, S) là một chuẩn hợp nhất ở dạng min với phần tử trung hòa e $\in$[0,1] và φ: [0,1] →[0,1] là một đẳng cấu tăng. Ký hiệu φ_e: [0,e]→[0, φ(e)] là sự hạn chế của hàm φ trên đoạn con [0,e]. $I^{\varphi,U}$ là một phép kéo theo khi và chi khi hàm chuyển $\psi = p_e{}^o\varphi_e{}^{-1}$ của T thỏa mãn điều kiện Lipschitz. Trong trường hợp này phép kéo theo $I^{\varphi,U}$ được xác định như sau:

$$I^{\varphi,U} = \begin{cases} 1 & khi \quad y \geq e \\ \varphi^{-1}(1-\varphi(x)+\varphi(y)) & khi \quad y < e \leq x \\ A(x,y) & khi \quad x,y \leq e \end{cases} \quad \textbf{(2.9)}$$

Với A(x,y)=$\varphi^{-1}(1-\varphi(x)+\varphi(eT(\frac{x}{e},\frac{y}{e})))$

2.5 Phép kéo theo D

Cho U và U' lần lượt là các chuẩn dạng hội và chuẩn dạng tuyển với các phần tử trung hòa của hai chuẩn đó lần lượt là e và e'. Cho N là hàm phủ định mạnh. Ký hiệu I_D là toán tử D xác định bởi công thức sau:

I_D(x,y) = U'(U(N(x),N(y)),y) với mọi x, y $\in$[0,1]

Toán tử I_D thỏa mãn các điều kiện (a), (c), (d), (e) của định nghĩa phép kéo theo, còn điều kiện (b) là sự tăng trong biến thứ hai chưa thể khẳng định có thỏa mãn hay không. Ta muốn nghiên cứu khi I_Q như một hàm kéo theo thì ta chỉ cần kiểm tra I_Q có tăng trong biến thứ hai hay không.

Bổ đề (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[4, Proposition 17])***:*** Cho U và U' lần lượt là các chuẩn dạng hội và chuẩn dạng tuyển và N là một hàm phủ định mạnh. Toán tử I_D là một hàm kéo theo khi và chỉ khi toán tử I_Q cũng là một hàm kéo theo.

Hệ quả (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[4, Corollary 18])**:** Cho U và U' là các chuẩn hợp nhất dạng hội và dạng tuyển, N là một phủ định mạnh sao cho tương ứng với toán tử D I_D là một hàm kéo theo. Khi đó U' là một t-đối chuẩn thỏa mãn U'(x,N(x)) = 1 với mọi x $\in [0,1]$.

Cho $S_2(x,y) = \min(x+y,1)$, lấy $U' = \varphi^{-1} \circ S_2 \circ \varphi$ với mọi $x,y \in [0,1]$, với đẳng cấu tăng $\varphi: [0,1] \rightarrow [0,1]$ và với N là hàm phủ định mạnh, ta lấy hàm phủ định mạnh N_φ . Trong trường hợp này I_D xác định bởi chông thức sau:

$$I_D(x,y) = \varphi^{-1}(\min(\varphi(U(N_\varphi(x), N_\varphi(y)) + \varphi(y), 1)) \text{ với mọi } x, y \in [0,1].$$

Ký hiệu Toán tử I_D xác định bởi công thức trên là $I_{\varphi,U}$.

Hệ quả (M.Mas, M.Monzerrat and J.Torrens[4, Corollary 20])**:** Cho U là một Chuẩn hợp nhất dạng hội với phần tử trung hòa e $\in [0,1]$, $\varphi: [0,1] \rightarrow [0,1]$ là một đẳng cấu tăng và φ_e là hạn chế của φ trên [0,e]. Ta có:

(i) Nếu $I_{\varphi,U}$ là một hàm kéo theo thì U không liên tục trên $[0,1]^2$ vì thế U cũng không là chuẩn hợp biểu diễn.

(ii) Nếu U là chuẩn hợp lũy đẳng, $I_{\varphi,U}$ là hàm kéo theo khi và chỉ khi U ở dạng min.

(iii) Nếu U ở dạng Min với U=(e,T,S), $I_{\varphi,U}$ là hàm kéo theo khi và chỉ khi t_chuẩn T_ψ thỏa mãn điều kiện Lipschitz với $\psi = p_e \circ \varphi_e^{-1}$.

Trong trường hợp này $I_{\varphi,U}$ được xác định như sau:

$$I_{\varphi,U} = \begin{cases} 1 & khi \quad y \le N_\varphi(e) \\ \varphi^{-1}(1-\varphi(x)+\varphi(y)) & khi \quad y \le N_\varphi(e) < x \\ B(x,y) & khi \quad x,y \ge N_\varphi(e) \end{cases}$$

Với $B(x,y) = \varphi^{-1}(\varphi(eT(\frac{N_\varphi(x)}{e}, \frac{N_\varphi(y)}{e})) + \varphi(y))$

CHƯƠNG 3

ỨNG DỤNG CỦA CHUẨN HỢP NHẤT TRONG ĐIỀU KHIỂN MỜ

Cho $e \in [0,1]$ và hai toán tử hai ngôi sau :

$$max_e^{\min}(x,y) = \begin{cases} max(x,y) & khi \quad x+y > 2e \\ \min(x,y) & khi \quad x+y \le 2e \end{cases}$$

và

$$max_e^{\max}(x,y) = \begin{cases} max(x,y) & khi \quad x+y \ge 2e \\ \min(x,y) & khi \quad x+y < 2e \end{cases}$$

Ta có :

+ $\max_e^{\min}$, $\max_e^{\max}$ là hai chuẩn hợp nhất lũy đẳng với phần tử trung hòa e và có hàm chuyển g(x)=2e-x.

Dùng hai chuẩn hợp nhất trên để xác định giá trị của các luật mờ và luật hợp thành trong điều khiển mò

KẾT LUẬN

Trong luận văn này, tôi đã tìm hiểu toán tử chuẩn hợp nhất, và ứng dụng của nó vào việc xậy dựng phép kéo theo. Những lớp toán tử đó đã được trình bày chặt chẽ cùng với một số định lí có chứng minh. Tiếp theo tôi đề xuất mang tính chất định hướng là ứng dụng toán tử chuẩn hợp nhất vào việc xác định giá trị luật hợp thành trong điều khiển mờ. Rõ ràng vai trò của lớp toán tử này rất quan trọng và lí thú. Hướng nghiên cứu tiếp theo tôi sẽ ứng dụng toán tử chuẩn hợp nhất trong :

+ Suy luật xấp xỉ

+ Mạng Nơron

References :

Tiếng Việt

1. Bùi Công Cường, Nguyễn Doãn Phước (2006), *Hệ mờ - Mạng nơron và ứng dụng* , NXB khoa học và kỹ thuật - Hà nội.
2. Bùi Công Cường(2008), *Cấu trúc đại số của tập mờ*, Viên toán học - Viện khoa học và Công nghệ Việt Nam.

Tiếng Anh

3. M.Mas, M.Monserrat, J. Torrens*(2007), Two types of implications derived from uninorm* , ScienceDirect, *Fuzzy Set and System 158, 2612-2626*.
4. Michał Baczy´ nski, Balasubramaniam Jayaram(2009), *(U,N)-implications and their characterizations*, ScienceDirect, Fuzzy Sets and Systems 160, 2049–2062.
5. Ronald R. Yager(2001), *Uninorms in fuzzy systemsmodeling*, ScienceDirect, Fuzzy Sets and Systems 122, 167–175.