TẠP CHÍ KHOA HỌC No 7 - 1994

CHUẨN VÀ R-CHUẨN TRONG DATA STRUCTURES DƯỚI DẠNG CÂY NHỊ NGUYÊN VỚI TÁC ĐỘNG CỦA CÁC HỆ TÌM KIẾM THÔNG TIN

Đỗ Đức Giáo, Đỗ Hữu Phú
Viện Tin học và Điện tử, trường ĐHTH Hà Nội

Trong [1, 2] tác giả đã nghiên cứu một số tính chất của các RETRIEVAL SYSTEMS $\varphi[X,Y]$ ên cơ sở các ngôn ngữ vào là các TERM và các FORMULA. Trong bài này ta đưa ra mô hình ột quá trình tính toán dưới dạng đồ thị cây nhị nguyên có sự điều chỉnh của các RETRIEVAL YSTEMS và bước đầu nghiên cứu về chuẩn và R-chuẩn để đưa bài toán về dạng đơn giản và uận tiện cho việc xét sự tương đương của nó.

I. MỘT SỐ KHÁI NIỆM CẦN SỬ DỤNG [1, 2, 3]

Giả sử X là tập không rỗng các phần tử nào đó

$$C_X = \left\{x \in X, f, \omega, F, W, \sim, +, ., \to, \leftrightarrow,], \vee, \wedge, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists, =\right\}$$

ược gọi là ALPHABET của X. Các TERM và FORMULA được định nghĩa trên bảng C_X

ịnh nghĩa 1 (TERM)

1. Mỗi $x \in X$ được gọi là một TERM
2. Các ký hiệu f, ω là các TERM
3. Nếu t, t_1, t_2 là các TERM thì $\sim t$, $t_1 + t_2$, t_1, t_2, $t_1 \to t_2$, $t_1 \leftrightarrow t_2$ cũng là các TERM.

Tập các TERM định nghĩa như trên ta ký hiệu qua TERM.

nh nghĩa 2 (FORMULA)

1. Các kí hiệu F, W là các FORMULA
2. Nếu t_1, $t_2 \in$ TERM thì $(t_1 = t_2)$ là FORMULA
3. Nếu H, H_1, H_2 là các FORMULA thì dãy các kí hiệu $(\rceil H)$, $(H_1 \vee H_2)$, $(H_1 \wedge H_2)$, $_1 \Rightarrow H_2)$, $(H_1 \Leftrightarrow H_2)$, $\forall x H$, $\exists x H$ cũng là các FORMULA.

Tập các FORMULA định nghĩa trên ta kí hiệu qua FORMULA

Với tập $X \neq \emptyset$ như trên, ta lấy thêm tập $Y \neq \emptyset$ sao cho $X \cap Y = \emptyset$

Với cặp $[X, Y]$ ta gọi bộ ba $S = [X, Y, \sigma]$, trong đó

$$\sigma : X \longrightarrow 2^Y \qquad \text{là RETRIEVAL SYSTEM}$$

Tập các RETRIEVAL SYSTEM định nghĩa như trên ký hiệu là $\varphi[X,Y]$ hay:

$$\varphi[X,Y] = \{S = [X,Y,\sigma]/\sigma : X \longrightarrow 2^Y\}$$

Giả sử $S = [X, Y, \sigma] \in \varphi[X, Y]$ và $t \in$ TERM ta định nghĩa giá trị $Val(t, s)$ như sau:

Định nghĩa 3

1. $Val(f, S) = \emptyset$ (tập rỗng)
1. $Val(\omega, S) = Y$.
3. $Val(x, S) = \sigma(x)$, $\forall x \in X$
4. $Val(\sim t, S) = Y \setminus Val(t, S)$
5. $Val(t_1 + t_2, S) = Val(t_1, S) \cup Val(t_2, S)$
6. $Val(t_1.t_2, S) = Val(t_1, S) \cap Val(t_2, S)$
7. $Val(t_1 \rightarrow t_2, S) = Val(\sim t_1, S) \cup Val(t_2, S)$
8. $Val(t_1 \leftrightarrow t_2, S) = Val(\sim t_1, S) \cup Val(t_2, S) \cap (Val(\sim t_2, S) \cup Val(t_1, S))$

Giả sử $S = [X, Y, \sigma] \in \varphi[X, Y]$ và $H \in$ FORMULA ta định nghĩa giá trị $Val(H, S)$ như sau:

1. $VAL(F, S) = 0$ (sai)
2. $VAL(W, S) = 1$ (đúng)
3. $VAL(t_1 = t_2, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(t_1, S) = Val(t_2, S) \\ 0 & \text{ngược lại} \end{cases}$
4. $VAL(\rceil H, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(H, S) = 0 \\ 0 & \text{nếu } Val(H, S) = 1 \end{cases}$
5. $VAL(H_1 \wedge H_2, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(H_1, S) = Val(H_2, S) = 1 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$
6. $VAL(H_1 \vee H_t, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(H_1, S) = 1 \text{ hoặc } Val(H_2, S) = 1 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$
7. $VAL(H_1 \Rightarrow H_2, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(H_1, S) = 0 \text{ hoặc } Val(H_2, S) = 1 \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$
8. $Val(H_1 \Leftrightarrow H_2, S) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } Val(H_1, S) = Val(H_2, S) \\ 0 & \text{nếu ngược lại} \end{cases}$
9. $Val(\forall x H, S) = Om(\{VAL(H, S') \setminus S' \in \varphi[X, Y]$ và
   $Val(x', S') = Val(x', S)$ đối với mọi $x' \in X$, $x' \neq x\})$
10. $VAL(\exists x H, S) = eX(\{VAL(H, S') \setminus S' \in \varphi[X, Y]$ và
   $Val(x', S') = Val(x', S)$ đối với mọi $x' \in X$, $x' \neq x\})$

Ở đây Om và eX được định nghĩa qua bảng dưới đây:

	Om	eX
(1)	1	1
(0)	0	0
(0, 1)	0	1

Bây giờ ta đưa vào khái niệm tương đương giữa các term, cũng như sự tương đương giữa các formula như sau:

nh nghĩa 5

1. Hai termt_1, $t_2 \in$ TERM là tương đương nhau khi và chỉ khi

$$Val(t_1, S) = Val(t_2, S) \text{ với mọi } S \in \varphi[X,Y] \text{ (ký hiệu } t_1 \sim t_2)$$

2. Hai formula H_1, $H_2 \in$ FORMULA là tương đương nhau khi và chỉ khi

$$VAL(H_1, S) = VAL(H_2, S) \text{ với mọi } S \in \varphi[X,Y] \text{ (ký hiệu là } H_1 \approx H_2)$$

II. ĐỊNH NGHĨA CÂY NHỊ NGUYÊN VỚI SỰ ĐIỀU CHỈNH CỦA CÁC RETRIEVAL SYSTEM

TERM, FORMULA cũng như các hệ Retrieval system $\varphi[X,Y]$ đã được định nghĩa ở trên. y giờ ta định nghĩa cây nhị nguyên như sau:

ıh nghĩa 6

1. Mỗi phần tử y trong tập các Documents Y được gọi là một cây

2. Giả sử T_0, T_1 là hai cây và H là một công thức trong FORMULA. Khi đó dãy kí hiệu $T_0, T_1\rangle$ cũng là một cây. Ở đây các kí hiệu $\langle, \rangle$ không nằm trong tập FORMULA $\cup Y$.

Tập các cây định nghĩa như trên kí hiệu qua $\prod$[FORMULA, Y]

Với mỗi $T \in \prod$[FORMULA, Y] và $S \in \varphi[X,Y]$ (ở đây $S = [X, Y, \sigma]$) ta xac định một ument trong Y ta kí hiệu là $Obj(T,S)$ theo định nghĩa sau:

ıh nghĩa 7

1. $Obj(y, S) = y$ vơi $y \in Y$

2. $Obj(H\langle T_1, T_0\rangle, S) = \begin{cases} Obj(T_1, S) & \text{nếu } Val(H,S) = 1 \\ Obj(T_0, S) & \text{nếu } Val(H,S) = 0 \end{cases}$

Giả sử $R \subset$ FORMULA và $r \in R$. Khi cho r vào cây T nhận được một tập các documents ta kí hiệu qua $Objmg\ (T, r)$ và định nghĩa như sau:

ıh nghĩa 8

$$Objmg(T,r) = \{Obj(T,S) \setminus S \in \varphi[X,Y] \quad \text{và} \quad VAL(r,S) = 1\}$$

Ý nghĩa của việc xác định $Objmg(T,r)$ là khi cho r vào cây T thì trước hết lấy ra tất cả các rival system S mà $VAL(r,S) = 1$.

Giả sử các Retrival system đó là S_1 với $VAL(r, S_1) = 1$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$

Khi đó $Objimg(T,r) = \bigcup_{i=1}^{n} Obj(T, S_i)$. Rõ ràng với cây T cho trước còn r chạy trong tập RMULA thì $Objmg(T, .)$ là các ánh xạ từ tập các công thức FORMULA vào tập 2^Y (tập các con của Y).

Một cách hình thức ta viết:

$$Objmg : \prod[\text{FORMULA}, Y] \times \text{FORMULA} \to 2^Y$$

Vì lẽ đó ta cũng gọi $Objmg$ là hàm kết quả (hay hàm tính toán của cây T trên ngôn ngữ vào

Từ hàm kết quả trên ta có thể định nghĩa khái niệm tương đương trên lớp $\prod$[FORMULA, Y]

Định nghĩa 9

1. Ta nói cây T_1 là Obj - tương đương với cây T_2 (ký hiệu là $T_1 \approx (Obj)T_2$ khi và chỉ khi $Obj(T_1, S) = Obj(T_2, S)$ với mọi S trong $\varphi[X, Y]$.

2. Ta nói cây T_1 là $Objmg$ - tương đương với cây T_2 trên R (ký hiệu $T_1 \approx (Objmg)T_2$) khi và chỉ khi với mọi $r \in R$ ta luôn luôn có $Objmg(T_1, r) = Objmg(T_2, r)$

Định nghĩa 10

Giả sử F là toàn bộ n thành phần (có thể rỗng) $(H_1, \ldots, H_n)$ trong đó $H_i \in$ FORMULA $(i = 1, \ldots, n)$. F được gọi là rỗng nếu có dạng $(, \ldots,)$ (n thành phần trong dãy đều không chứa các phần tử trong FORMULA). Một công thức $H \in$ FORMULA được gọi là một tích cơ bản trong F nếu có dạng $H_1^{\sigma_1} \wedge H_2^{\sigma_2} \cdots \wedge H_n^{\sigma_n}$ ở đây:

$$H_i^{\sigma_i} = \begin{cases} H_i & \text{nếu} \quad \sigma_i = 1 \\ \rceil H_i & \text{nếu} \quad \sigma_i = 0 \end{cases} \quad (i = 1, 2, \ldots, n)$$

Nếu F là rỗng thì kí hiệu $W \in$ FORMULA được gọi là tích cơ bản trong F.

Ta có thể chứng minh định lý sau đây:

Định lý 1

1. Nếu $T_1 \approx (Obj)\ T_2$ thì $T_1 \approx (Objmg)\ T_2$

2. Nếu $T_1 = (Objmg)\ T_2$ đồng thời mỗi công thức xuất hiện trong T_1 hoặc T_2 đều là một thành phần của F và với mỗi tích cơ bản M trong F đều tồn tại $H \in R$ để $M \approx H$ thì $T_1 \approx (Obj)\ T_2$

Chứng minh:

1. Giả sử $T_1 \approx (Obj)\ T_2$ tức là $Obj(T_1, S) = Obj(T_2, S)$ với mọi $S \in \varphi[X, Y]$. Lấy r bất kỳ $\in R$

$$Objmg(T_1, r) = \bigcup_{VAL(r,S)=1} Obj(T_1, S) = \bigcup_{VAL(r,S)=1} Obj(T_2, S)$$

Từ đó $T_1 \approx (Objmg)\ T_2$

2. Ta chứng minh bằng phương pháp phản chứng

Xét với r bất kỳ $\in R$. Vì $T_1 \approx (Objmg)\ T_2$ nên

$$\bigcup_{VAL(r,S)=1} Obj(T_1, S) = Objmg(T_1, r) = Objmg(T_2, r) = \bigcup_{VAL(R,S)=1} Obj(T_2, S)$$

Giả sử tồn tại $S_1 \in \varphi[X, Y]$ mà $VAL(r, S_1) = 1$ và $y = Obj(T_1, S_1) \neq Obj(T_2, S_1) = y'$

Giả sử $Obj(T_1, S_1) = y$ nếu $VAL(H_{i_1}^{\sigma_{i_1}}, S_1) = \cdots = VAL(H_{i_k}^{\sigma_{i_k}}, S_1) = 1$

Ở đây $H_{i_1}, \ldots, H_{i_k}$ là các thành phần của F

Lập tập $A = \{S \in \varphi[X, Y] \setminus VAL(H_{i_1}^{\sigma_{i_1}} \wedge \cdots \wedge H_{i_k}^{\sigma_{i_k}}, S) = 1$ và $Obj(T_1, S) = y\}$

Ta chọn các σ_i sao cho $VAL(H_i^{\sigma_i}, S_i) = 1$ $(i = 1, \ldots, n)$

Theo giả thiết, ứng với tích cơ bản $M = H_1^{\sigma_1} \wedge \cdots \wedge H_n^{\sigma_n}$ có tồn tại $H \in R$ để $H \approx M$ tức là $VAL(H, S) = VAL(M, S)$ với mọi S trong $\varphi[X, Y]$

Ta có $VAL(M, S_1) = 1$ (theo cách chọn các σ_i). Từ đó $VAL(H, S_1) = 1$

Để ý thấy rằng $VAL(M, S') = 0$ với mọi $S' \in \varphi[X, Y] \setminus A$.

Ta có $VAL(H, S') = 0$ với mọi $S' \in \varphi[X, Y] \setminus A$.

Với $H \in R$ ở trên ta có thể viết:

$$\bigcup_{VAL(H,S)=1} Obj(T_1, S) = Objmg(T_1, H) = Objmg(T_2, H) = \bigcup_{VAL(H,S)=1} Obj(T_2, S)$$

Ta có $VAL(H, S_1) = 1$. Mà theo trên $y' = Obj(T_2, S_1) \neq Obj(T_1, S_1) = y$ nên tồn tại $\in \varphi[X, Y]$ sao cho $VAL(H, S^*) = 1$ và $y' = Obj(T_2, S_1) = Obj(T_1, S^*)$. Từ điều này và nhận t $VAL(M, S') = 0$ với mọi $s' \in \varphi[X, Y] \setminus A$ và $S^* \in A$. Từ đó ta có $y' = Obj(T_1, S^*) = j(T_1, S_1) = y$. Điều này mâu thuẫn với giả thiết.

Vậy $Obj(T_1, S) = Obj(T_2, S)$ với mọi $S \in \varphi[X, Y]$ mà $VAL(r, S) = 1$.

Vì r bất kỳ $\in R$ nên $Obj(T_1, S) = Obj(T_2, S)$ với mọi $S \in \varphi[X, Y]$

Về tính chất của hàm tính toán $Objmg$ ta có kết quả sau:

nh lý 2

Giả sử $H, H_1, H_2 \in$ FORMULAR và $T \in \prod[\text{FORMULA}, Y]$. Khi đó

1. $Objmg(T, F) = \emptyset$
2. $Objmg(T, H_1 \vee H_2) = Objmg(T, H_1) \cup Objmg(T, H_2)$
3. $Objmg(T, H_1 \wedge H_2) = Objmg(T, H_1) \cap Objmg(T, H_2)$
4. $Objmg(T, \rceil H) = Objmg(T, W) \setminus Objmg(T, H)$
5. $Objmg(T, \forall x H) = \bigcap_{\substack{x' \in X, x' \neq x \\ Val(x', S') = Val(x', S)}} Objmg(T, H)$
6. $Objmg(T, \exists x H) = \bigcup_{\substack{x' \in X, x' \neq x \\ Val(x', S') = Val(x', S)}} Objmg(T, H)$
7. Nếu $H_1 \approx H_2$ thì $Objmg(T, H_1) = Objmg(T, H_2)$

Ở đây F là kí hiệu sai còn W là kí hiệu đúng trong FORMULA

Chứng minh

1. $Objmg(T, F) = \bigcup_{VAL(F,S)=1} Obj(T, S) = \emptyset$ vì $VAL(F, S)$ luôn luôn bằng 0 với mọi $S \in X, Y]$

2. $Objmg(T, H_1 \vee H_2) = \bigcup_{VAL(H_1 \vee H_2, S)=1} Obj(T, S) =$

$$= \bigcup_{VAL(H_1,S)=1 \text{ hoặc } VAL(H_2,S)=1} Obj(T, S)$$

$$= \bigcup_{VAL(H_1,S)=1} Obj(T, S) \bigcup_{VAL(H_2,S)=1} Obj(T, S) = Objmg(T, H_1) \cup Objmg(T, H_2)$$

3. $Objmg(T, H_1 \wedge H_2) = \bigcup_{VAL(H_1 \wedge H_2, S)=1} Obj(T, S) \bigcup_{VAL(H_1,S)=VAL(H_2,S)=1} Obj(T, S)$

$$= \bigcup_{VAL(H_1,S)=1} Obj(T, S) \bigcap_{VAL(H_2,S)=1} Obj(T, S) = Objmg(T, H_1) \cap Objmg(T, H_2)$$

4. $Objmg(T, \rceil H) = \bigcup_{VAL(\rceil H,S)=1} Obj(T,S) = \bigcup_{S\in\varphi[X,Y]} Obj(T,S) \setminus \bigcup_{VAL(H,S)=1} Obj(T,S)$

$= Objmg(T,W) \setminus Objmg(T,H)$

5. $Objmg(T, \forall xH) = \{Obj(T,S) \setminus S \in \varphi[X,Y]$ và $VAL(\forall xH, S) = 1\}$

$= \Big\{Obj(T,S) \setminus S \in \varphi[X,Y]$ và

$\big[Om\big(\{Val(H,S') \setminus S' \in \varphi[X,Y]$ và $Val(x',S') = Val(x',S)$ với $x' \in X,\ x' \neq x\}\big)\big] = 1\Big\}$

$$= \bigcap_{\substack{x'\in X, x'\neq x \\ Val(x',S')=Val(x',S)}} \{Obj(T,S') \setminus S' \in \varphi[X,Y] \text{ và } Val(H,S') = 1\} =$$

$$= \bigcap_{\substack{x\in X, x\neq x' \\ Val(x',S')=Val(x',S)}} Objmg(T,H)$$

6. $Objmg(T, \exists xH) = \{Obj(T,S) \setminus S \in \varphi[X,Y]$ và $Val(\exists xH, S) = 1\}$

$= \big\{Obj(T,S) \setminus S \in \varphi[X,Y]$ và $\big[eX\big(\{Val(H,S') \setminus S' \in \varphi[X,Y]$

$Val(x',S') = Val(x',S)$ với mọi $x' \in X,\ x' \neq x\}\big)\big] = 1\big\}$

$$= \bigcup_{\substack{x'\in X, x'\neq x \\ Val(x',S')=Val(x',S)}} \{Obj(T,S') \setminus S' \in \varphi[X,Y] \text{ và } Val(H,S') = 1\} =$$

$$= \bigcup_{\substack{x'\in X, x'\neq x \\ Val(x',S')=Val(x',S)}} Objmg(T,H)$$

7. Theo giả thiết $H_1 \approx H_2$ nghĩa là $Val(H_1,S) = Val(H_2,S)$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$.

Ta có: $Objmg(T,H_1) = \bigcup_{Val(H_1,S)=1} Obj(T,S) = \bigcup_{Val(H_2,S)=1} Obj(T,S)$

$= Objmg(T,H_2)$

Việc tính toán hàm $Objmg$ theo định nghĩa 8 nhiều khi rất phức tạp, vì vậy cần đưa ra m[ột] thuật toán (thuật toán thử) để làm giảm nhẹ quá trình tính toán trong một số các trường h[ợp] đặc biệt. Trước hết ta cần đưa vào định nghĩa công thức đồng nhất đúng.

Định nghĩa 11

$H \in$ FORMULA được gọi là công thức đồng nhất đúng (ký hiệu $\mid\vdash (H)$) nếu với m[ọi] $S \in \varphi[X,Y]$ ta luôn luôn có $Val(H,S) = 1$

Định lí 3

1. Nếu $\mid\vdash (H \Rightarrow H_1)$ và $\mid\vdash (H \rightarrow \rceil H_1)$ thì $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle, H) = \emptyset$

2. Nếu $\mid\vdash (H \Rightarrow H_1)$ và không $\mid\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ thì $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle, H) = Objmg(T_1,H)$

3. Nếu không $\mid\vdash (H \Rightarrow H_1)$ và $\mid\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ thì $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle, H) = Objmg(T_0,H)$

4. Nếu không $\mid\vdash (H \Rightarrow H_1)$ và không $\mid\vdash (H_1 \Rightarrow \rceil H_1)$ thì

$Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle, H) = Objmg(T_1, H_1 \wedge H) \cup Objmg(T_0, H_1 \wedge H)$

5. $Objmg(y,H) = \begin{cases} \{y\} & \text{nếu không } \mid\vdash H \\ \emptyset & \text{nếu } \quad \mid\vdash \rceil H \end{cases}$

Chứng minh

1. Có $\mid\vdash (H \Rightarrow H_1)$ tức là $Val(H \Rightarrow H_1, S) = 1$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$ hay là $Val(H,S) =$ [0] hoặc $Val(H_1,S) = 1$ với $S \in \varphi[X,Y]$

Có $|\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ tức là $Val(H,S) = 0$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$ hay là $Val(H_1,S) = 0$ hoặc $l(H,S) = 0$ với $S \in \varphi[X,Y]$

Kết hợp lại, nếu có $|\vdash (H \Rightarrow H_1)$ và $|\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ thì $VAL(H,S) = 0$ với $S \in \varphi[X,Y]$. Do

$$Objmg(H_1\langle T_1,T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) = \emptyset$$

2. Nếu $|\vdash (H \Rightarrow H_1)$ nghĩa là $Val(H,S) = 0$ hoặc $Val(H_1,S) = 1$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$.

Không $|\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ nghĩa là tồn tại S để $Val(H \Rightarrow \rceil H_1, S) = 0$ hay tồn tại S để $Val(H,S) =$ à $Val(H_1,S) = 1$.

Xét những S mà $Val(H,S) = 0$

$$Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) = \emptyset$$

Vậy $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = Objmg(T_1,H) = \emptyset$. Xét những S mà $Val(H_1,S) = 1$ và $l(H,S) = 1$.

$$jmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(T_1,S) = Objmg(T_1,H)$$

Vậy $Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = Objmg(T_1,S)$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$

3. Nếu $|\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ nghĩa là $Val(H,S) = 0$ hoặc $Val(H_1,S) = 0$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$

Không $|\vdash (H \Rightarrow H_1)$ nghĩa là tồn tại S trong $\varphi[X,Y]$ để $Val(H \Rightarrow H_1,S) = 0$ hay tồn tại S $Val(H,S) = 1$ và $Val(H_1,S) = 0$

Xét những S mà $Val(H,S) = 0$

$$Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) = \emptyset$$

$$Objmg(T_0,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(T_0,S) = \emptyset$$

Từ đó $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = Objmg(T_0,H) = \emptyset$

Xét những S mà $Val(H_1,S) = 0$ và $Val(H,S) = 1$

$$Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) =$$

$$= \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(T_0,S) = Objmg(T_0,H) \qquad (\text{do } Val(H_1,S) = 0)$$

4. Không $|\vdash (H \Rightarrow H_1)$ tức là tồn tại $S \in \varphi[X,Y]$ để $Val(H,S) = 1$ và $Val(H_1,S) = 0$

Không $|\vdash (H \Rightarrow \rceil H_1)$ tức là tồn tại S để $Val(H,S) = 1$ và $Val(H_1,S) = 1$

Từ đó: $Objmg(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S)$

$$= \bigcup_{\substack{Val(H,S)=1\\Val(H_1,S)=1}} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S) \bigcup_{\substack{Val(H,S)=1\\Val(H_1,S)=0}} Obj(H_1\langle T_1\ T_0\rangle,S)$$

$$= \bigcup_{\substack{Val(H,S)=1\\Val(H_1,S)=1}} Obj(T_1,S) \bigcup_{\substack{Val(H,S)=1\\Val(H_1,S)=0}} Obj(T_0,S)$$

$$= Objmg(T_1,H_1 \wedge H) \cup Obj(T_0,\rceil H \wedge H)$$

5. Nếu $|\vdash]H$ tức là $Val(]H,S)=1$ hay $Val(H,S)=0$ với $S\in\varphi[X,Y]$

Khi đó: $Objmg(y,H)=\bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(y,S)=\emptyset$

Nếu không $|\vdash]H$ tức là tồn tại S để $Val(H,S)=1$

Khi đó: $Objmg(y,H)=\bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(y,S)=\{y\}$

Định lí đã được chứng minh

III. VẤN ĐỀ CORRECT VÀ R-CORRECT

Trong $S=[X,Y]$ thì $\sigma: x\to 2^Y$ được gọi là hàm tìm kiếm của hệ S. Còn đối với mỗi cây T trong $\prod$[FORMULA, Y] khi cho S tác động vào nó thì ta xác định được phần tử $Obj(T,S)$ và theo định nghĩa thì hàm kết quả của T là $Objmg$ lại được xác định thông qua $Obj(T,S)$ khi cho ngôn ngữ $r\in$ FORMULA vào T (định nghĩa 8).

Một vấn đề được đặt ra là: Trong mô hình tính toán ta xét ở trên khi nào xuất hiện trường hợp kết quả tìm kiếm $\sigma(x)$ của $S=[X,Y,\sigma]$ trùng với kết quả $Obj(T,S)$? Bài toán trên ta gọi là bài toán CORRECT trên lớp cây $\prod$[FORMULA, Y]. Nếu bài toán này được giải quyết thì trong một số trường hợp bài toán về sự tương đương giữa các cây $\prod$[FORMULA, Y] có thể thay thế bởi sự tương đương giữa các phần tử trên tập TERM. Điều đó là cần thiết và nó giảm nhẹ quá trình tính toán của chúng ta.

Định nghĩa 12

Giả sử $T\in\prod$[FORMULA, Y], $S=[X,Y,\sigma]$ và FORMULA $\supseteq R$ ta nói T là CORRECT trong S nếu có một phần tử $x_0\in X$ (ta kí hiệu qua x_{TS}) sao cho Obj $(T,S)=\sigma(x_{TS})$, x_{TS} gọi là phần tử CORRECT của T trong S.

Ta nói T là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ nếu có CORRECT với mọi S trong $\varphi[X,Y]$

Ta nói T là R - CORRECT nếu với $H\in R$ đều tồn tại phần tử x_0 trong X (ký hiệu qua x_{TH}) sao cho với mọi S trong $\varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S)=1$ ta có: $Objmg(T,H)=\bigcup_{Val(H,S)=1}\sigma(x_{TH})$

x_{TH} được gọi là phần tử R - CORRECT của T.

Với mỗi T ta kí hiệu M_T (M_{TR}) là tập các phần tử CORRECT của T trên $\varphi[X,T]$ (là tập các phần tử R - CORRECT của T).

Ý nghĩa của định lý dưới đây cho phép việc xét sự tương đương các phần tử trong lớp $\prod$[FORMULA, Y] thông qua việc xét sự tương đương của tập TERM và do đó việc tính toán của chúng ta sẽ đơn giản đi rất nhiều.

Định lý 4

1. Nếu T là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ thì T là R - CORRECT
2. Nếu $T_1\approx(Obj)\ T_2$ và T_1 là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ thì T_2 cũng CORRECT
3. Nếu $T_1\approx(Objmg)\ T_2$ và T_1 là R - CORRECT thì T_2 cũng R - CORRECT
4. Nếu T_1, T_2 là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ thì $T_1\approx(Obj)\ T_2$ khi và chỉ khi

$$X_{T_1S}\sim X_{T_2S}\quad\text{với}\quad X_{T_1S}\in M_{T_1}\quad\text{và}\quad X_{T_2S}\in M_{T_2}$$

5. Nếu T_1, T_2 là R - CORRECT thì từ điều kiện $X_{T_1H}\sim X_{T_2H}$ với mọi $H\in R$, với mọi

$\equiv \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$ ta suy ra

$$T_1 \approx (Objmg)\ T_2. \quad \text{Ở đây} \quad X_{T_1H} \in M_{T_1H}, \quad X_{T_2H} \in M_{T_2H}.$$

Chứng minh

1. Giả sử T là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ tức là với mỗi S bất kì trong $\varphi[X,Y]$ đều tồn tại t phần tử $x_{TS} \in X$ sao cho $Obj(T,S) = \sigma(x_{TS})$

Xét với H bất kỳ $\in R$. Chọn $x_{TS} = x_{TH}$ với $S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$. Khi đó:

$$Objmg(T,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} Obj(T,S) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(x_{TH})$$

: là T là R - CORRECT

2. $T_1 \approx (Obj)\ T_2$ tức là $Obj(T_1,S) = Obj(T_2,S)$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$

Lại có T_1 là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ tức là với mỗi S bất kì trong $\varphi[X,Y]$ đều tồn tại một ần tử $X_{T_1S} \in X$ sao cho $Obj(T_1,S) = \sigma(X_{T_1S})$. Do đó với mỗi S bất kì trong $\varphi[X,Y]$ đều tồn một phần tử $X_{T_2S} =: X_{T_1S}$ mà $Obj(T_2,S) = Obj(T_1,S) = \sigma(X_{T_1S}) = \sigma(X_{T_2S})$. Tức là T_2 là ›RRECT trên $\varphi[X,Y]$.

3. T_1 là R - CORRECT tức là với mỗi $H \in R$ đều tồn tại phần tử X_{T_1H} trong X sao cho mỗi $S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$ ta có $Objmg(T_1,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(X_{T_1H})$.

Do đó với mỗi $H \in R$ đều tồn tại phần tử $X_{T_2H} (=: X_{T_1H})$ trong X sao cho với mọi $S \in$ $\varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$ ta có:

$$Objmg(T_2,H) = Objmg(T_1,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(X_{T_1H}) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(X_{T_2H})$$

là T_2 là R - CORRECT

4. Vì T_1 là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ nên với S bất kỳ $\in \varphi[X,Y]$ đều tồn tại phần tử $X_{T_1S} \in X$ $Obj(T_1,S) = \sigma(X_{T_1S})$. Vì T_2 là CORRECT trên $\varphi[X,Y]$ nên với S bất kì $\in \varphi[X,Y]$ đều tồn phần tử $X_{T_2S} \in X$ mà $Obj(T_2,S) = \sigma(X_{T_2S})$

$T_1 \approx (Obj)\ T_2 \Leftrightarrow Obj(T_1,S) = Obj(T_2,S)$ với mọi $S \in \varphi[X,Y]$

$\Leftrightarrow \sigma(X_{T_1S}) = \sigma(X_{T_2S}) \Leftrightarrow X_{T_1S} \sim X_{T_2S}$

5. Vì T_1 là R - CORRECT nên với mỗi $H \in R$ đều tồn tại phần tử X_{T_1H} trong X sao cho mọi $S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$, ta có:

$$Obj(T_1,H) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(X_{T_1H})$$

Vì T_2 là R - CORRECT nên với mỗi $H \in R$ đều tồn tại phần tử X_{T_2H} trong X sao cho với i $S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$ ta có:

$$Objmg(T_2,S) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(X_{T_2H})$$

Giả sử $X_{T_1H} \sim X_{T_2H}$ với mọi $H \in R$, $\forall S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$ tức là $\sigma(X_{T_1H}) =$ (X_{T_2H}) với $\forall H \in R$ và mọi $S \in \varphi[X,Y]$ mà $Val(H,S) = 1$. Do đó

$$\bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(x_{T_1H}) = \bigcup_{Val(H,S)=1} \sigma(x_{T_2H})$$

Tức là $Objmg(T_1, H) = Objmg(T_2 H)$ với $\forall H \in R$

Vậy $T_1 \approx (Objmg)\ T_2$ và định lý được chứng minh

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Đỗ Đức Giáo**: Retrieval system with the Languages in put are term and Formulas enlirge. Tạp chí Khoa học Trường ĐHTH Hà Nội số 4 (1990) tr. 43 - 48.
2. **Đỗ Đức Giáo**: General equivalence relations between the Sets TREE((formula)^n,Y), TREE(B,Y$^+$) and TREE(V,Y$^+$). Tạp chí Khoa học trường ĐHTH Hà Nội, số 1 (1993) tr. 16 - 21.
3. **Đỗ Đức Giáo**: Development of the Set TREE((formula)^n,Y) and general equivalence relations between the sets TREE($\cup$(formula)^n,Y), TREE(B,Y$^+$) and TREE(V,Y$^+$). Tạp chí Khoa trường ĐHTH Hà Nội, số 3 (1993) tr. 13 - 17.
4. **Đỗ Đức Giáo**: Optimization for n - dimensione binary search trees. Hội nghị Châu Âu lần thứ 12 về "Cybemetics and Systems Research" (EMCS 94) 5-8/4/94 tại Vienna, Austtria (Proceedings tr 1377 - 1384.

CORRECT AND R-CORRECT OF BINARY SEARCH TREES WITH RETRIVAL SYSTEMS IN DATA STRUCTURES

Do Duc Giao, Do Huu Phu

Institute of Informations and Electronics, Hanoi University

In this paper we will give the fundaments of binary search trees with retrival Systems and problems of Correct and R-correct for retrivaltrees.

The basis Idea of this realization is, starting from the usual conceptiton of equivaleuce retrivaltrees. In the sense of retrival theory another equivalent relation for trees is relevant and fundamental for applications in practive.

Tree is the set of all retrivaltrees and T, T_1, T_2 of the set TREE. Let M_{T_1} (M_{T_2}) be the set of all correct element of T_1 (of T_2).

The results in this paper are the following

1. If T is Correct, then T is R-Correct;
2. If $T_1 \approx (Obj)\ T_2$ and T_1 is Correct, then T_2 is R-Correct.
3. If $T_1 \approx (Objmg)\ T_2$ and T_1 is R-correct, then T_2 is R-Correct
4. If T_1 and T_2 are Correct, then $T_{\approx}(Obj)\ T_2 \Leftrightarrow X_{T_1} \sim X_{T_2}$, where $X_{T_1} \in M_{T_1}$ and $X_{T_2} \in M_{T_2}$

A Prove of this theorem by using definitions of retrivaltrees, TERM, FORMULA and CORRECT.