VỀ MỘT PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHỮNG PHƯƠNG TRÌNH TÍCH PHÂN VOLTERRA

LÊ VĂN

Bài báo này tiếp tục nghiên cứu các nhân giải thức của toán tử tích phân tuyến t đã được nêu ra trong [1-2]

1. Định nghĩa: Cho $a(t)$, $b(t)$ là hai hàm liên tục, ta xác định toán tử tích phân như sau :

$$Tx(t) = a(t) + \int_0^t b(t-s)x(s)ds$$

Sử dụng phép đổi biến $u = t - s$ trong tích phân ta được:

$$\int_0^t b(t-s)x(s)ds = \int_0^t x(t-s)b(s)ds$$

và

$$Tx(t) = a(t) + \int_0^t x(t-s)b(s)ds$$

2. Bổ đề : Đối với mọi hàm số $a, b \in C^{(k)}$, toán tử T ánh xạ $C^{(k-1)}$ vào $C^{(k)}$. F với mọi $u \in C^{(k-1)}$ và hàm $v = Tu$,

$$v(t) = a(t) + \int_0^t b(t-s)u(s)ds$$

đạo hàm cấp k của hàm v được tính như sau :

$$v^{(k)}(t) = \sum_{j=0}^{k-1} b^{(k-j-1)}(0)u^{(j)}(t) + a^{(k)}(t) + \int_0^t b^{(k)}(t-s)u(s)ds$$

3. Định lý : Giả sử $A_0, A_1, \dots, A_n$ là những hằng số phức và $a, b \in C^{(n)}$ Giả sử $b(t)$ là nghiệm của bài toán

$$\sum_{k=0}^{n} A_k x^{(k)} = 0,$$

$$x^{(k)}(0) = b^{(k)}(0) = b_k, \quad k = 0, 1, \dots, n-1$$

Nếu $u \in C^{(n-1)}$, khi đó hàm $v = Tu$ là nghiệm của bài toán

$$\sum_{k=0}^{n} A_k y^{(k)} = \sum_{k=0}^{n-1} B_k u^{(k)}(t) + \sum_{k=0}^{n} A_k a^{(k)}(t),$$

trong đó $B_k = \sum_{j=k+1}^{n} A_j b_{j-k-1}$, với những điều kiện ban đầu :

$$v(0) = a(0), v^{(j)}(0) = b_{j-1}u(0) + b_{j-2}u^{(1)}(0) + \cdots b_0 u^{(j-1)}(0) + a^{(j)}(0); j = 1, 2,$$

Chú ý rằng nếu như hàm $a(t)$ cũng thỏa mãn bài toán (7), thì bài toán (8) trở thành

$$\sum_{k=0}^{n} A_k y^{(k)} = \sum_{k=0}^{n-1} B_k u^{(k)}(t), \quad \text{trong đó} \quad B_k = \sum_{j=k+1}^{n} A_j b_{j-k-1} \tag{10}$$

. Chú ý : Hàm $x \in C^{(n)}$ là điểm cố định của toán tử T nếu x là nghiệm của phương trình

$$x(t) = a(t) + \int_0^t b(t-s)x(s)ds, t \geq 0 \tag{11}$$

Từ định lý trên suy ra rằng x là nghiệm của bài toán sau

$$\sum_{k=0}^{n} C_k x^{(k)} = \sum_{k=0}^{n} A_k a^{(k)}(t) \tag{12}$$

đó $C_k = A_k - \sum_{j=k+1}^{n} A_j b_{j-k-1}, k = 0, 1, \dots, n-1, C_n = A_n$ với điều kiện ban đầu :

$$x(0) = a(0), x^{(j)}(0) = \sum_{k=0}^{j-1} b_{j-k-1} x^{(k)}(0) + a^{j}(0), j = 1, 2, \dots, n-1 \tag{13}$$

Nhờ định lý trên trong một số trường hợp ta có thể đưa việc giải phương trình tích phân về giải phương trình vi phân.

Ví dụ như nghiệm của phương trình tích phân

$$x(t) = a(t) + \int_0^t \left[\sum_{i=1}^{n} \beta_i e^{\lambda_i (t-s)}\right] x(s)ds$$

tìm được bằng cách giải bài toán (12), (13).

Trong lý thuyết phương trình tích phân tuyến tính

$$x(t) = a(t) + \int_0^t b(t-s)x(s)ds \tag{14}$$

giải thức $r(t)$ của nó đóng vai trò rất quan trọng. Như ta đã biết nhân giải thức $r(t)$ là của phương trình tích phân tuyến tính

$$r(t) = b(t) + \int_0^t b(t-s)r(s)ds \tag{15}$$

Bởi vì phương trình giải (15) lại là phương trình tích phân tuyến tính Volterra, ta có thể áp định lý 3.

. Ví dụ : Trong lý thuyết dao động pha, ta thường gặp phương trình có nhân $b(t) = 1 - e^{-t}$. giải là nghiệm của bài toán giá trị ban đầu.

$$x^{(2)} + x^{(1)} - x = 0, x(0) = 0, x^{(1)}(0) = 1$$

Đặt $\mu_1 = (-1 + \sqrt{5})/2, \mu_2 = (-1 - \sqrt{5})/2$. Nhân giải r của phương trình tích phân với nhân $1 - e^{-t}$ có dạng $r(t) = \frac{1}{\sqrt{5}}(e^{\mu_1 t} - e^{\mu_2 t})$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. P. M. Morse and H. Feshbach. Methods of theoretical physics Mc Graw - Hill, 1953.
2. V. B. Matveew. Darboux invariance and the solutions of Zakharov-Schabat equations, Pre
de Paris - Sud, 79/7, 1979.
3. Lê Văn Trực. Mầm của đa hệ địa phương, TCKH ĐHTH Hà nội, No 2, 18 (1985)

Le Van Truc – ON THE METHOD FOR SOLVING VOLTERRA INTEGRAL EQU

In this paper, a class of linear volterra integral operators of convolution type is investi the kernel of the operator satisfies a certain linear ordinary differential equation with const

Bộ môn VLLT- ĐHTH Hà nội

Nhận ng

VỀ LÝ THUYẾT GIA TĂNG SÓNG ÂM TRONG BÁN D BỞI TRƯỜNG BỨC XẠ LASER

NGUYỄN QUANG BÁU, NGUYỄN VĂN

1. Lý thyết gia tăng sóng âm trong bán dẫn bởi trường một sóng điện từ (S laser $F\sin\Omega t$ ($\vec{F}$ và Ω tương ứng là véctơ cường độ và tần số) đã được nghiên cứu t trình [1, 2]. Các tác giả [1, 2] đã chỉ ra rằng: dưới ảnh hưởng của trường một SĐT, toàn năng - xung lượng của hệ điện tử - phonon trong bán dẫn bị biến thể với sự các photon vào quá trình hấp thụ và phát ra các phonon (trong hàm $\delta(x)$ biểu diễn toàn năng - xung lượng, ngoài các số hạng là năng lượng của điện tử và phonon, c $\ell\Omega$ là năng lượng của photon ($\ell = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$ và trong hệ $\hbar = 1$). Đây là một nguyên nhân chính làm thay đổi nhiều tính chất, trong đó có tính chất hấp thụ són dẫn: hệ số hấp thụ sóng âm thay đổi về độ lớn và về dấu, trở nên âm ($\gamma_{\vec{q}} < 0$) tron véctơ sóng âm $\vec{q}$ (tức chuyển từ hấp thụ sang gia tăng sóng âm).

Trong bài này chúng tôi đưa ra một số kết quả nghiên cứu góp phần phát thiện lý thuyết gia tăng sóng âm trong bán dẫn không suy biến bởi trường hai SĐT $F_2\sin\Omega_2 t$, có kể đến ảnh hưởng của quá trình hấp thụ nhiều photon (điều mà tác [3] cố gắng giải quyết nhưng không thành công). Như sẽ chỉ ra ở phần dưới, sự c SĐT một lần nữa lại làm cho định luật bảo toàn năng - xung lượng biến thể (thay bây giờ là $\ell_1\Omega_1 + \ell_2\Omega_2$) và điều này lại kéo theo hệ số gia tăng và vùng véctơ són điều kiện gia tăng sóng âm thay đổi so với khi chỉ có mặt một SĐT.

2. Xuất phát từ Hamiltonian của hệ điện tử - phonon trong bán dẫn có kể đến vào ngay từ đầu, phát triển phương pháp [4], thiết lập phương trình động lượng t thu nhận phương trình tán sắc, rồi với giả thiết: tương tác điện tử - phonon là yếu. nghĩa với phonon âm, từ phương trình tán sắc chúng tôi tính hệ số gia tăng và điều sóng âm trong hai trường hợp:

a) Hấp thụ một photon: $\lambda_{1,2} \equiv (e\vec{F}_{1,2}\vec{q}/m\Omega_{1,2}) < \Omega_{1,2}$ (trong đó e và m là điệ lượng điện tử). Trong vùng véctơ sóng âm ứng với điều kiện gia tăng:

$$\omega_{\vec{q}}/\Omega_{1,2} < 1; \qquad \omega_{\vec{q}}/(\Omega_1 \pm \Omega_2) < 1$$