

Địa vật lý toán

Lê Việt Du Khương. Khoa Vật lý,
Trường Đại học Khoa học Tự nhiên (ĐHQGHN).

Giới thiệu

Địa vật lý toán là một nhánh của toán ứng dụng, sử dụng toán học như một công cụ để nghiên cứu các bài toán địa vật lý. Sự ra đời của máy tính điện tử từ giữa thế kỷ 20 đã có ảnh hưởng rất lớn đến sự phát triển nhanh chóng của các ngành khoa học kỹ thuật, kinh tế tài chính nói chung cũng như các ngành Địa chất, Địa vật lý nói riêng. Vì thế ngày nay có thể nói rằng Địa vật lý toán thực chất là Địa vật lý tính toán bằng máy tính điện tử, nó là cầu nối giữa ngành Địa vật lý với ngành Khoa học máy tính. Địa vật lý toán nghiên cứu các lĩnh vực sau:

- Xây dựng và phân tích các mô hình toán, mô tả mối quan hệ giữa trường địa vật lý phụ thuộc vào nguồn trường và cấu trúc môi trường.
- Xây dựng và phát triển các phương pháp xử lý số liệu quan sát, các mô hình để minh giải số liệu địa vật lý.
- Tạo ra các hệ tự động tính toán và xử lý thông tin đo đạc cho các phương pháp địa vật lý khác nhau.

Mô hình hóa trong Địa vật lý

Mô hình toán là đối tượng nghiên cứu cơ bản của Địa vật lý toán, mô tả gần đúng các đối tượng

hoặc hiện tượng địa vật lý bằng ngôn ngữ toán học. Muốn xây dựng một mô hình toán cho quá trình hoặc hiện tượng cần nghiên cứu, chúng ta phải trừu tượng hóa nó, phân chia nó thành các đối tượng cơ bản, xác định các mối liên hệ giữa các đối tượng này và toán học hóa nó, tức là biểu diễn các đối tượng, các mối liên hệ này bằng thuật ngữ toán học. Trong Địa vật lý các đối tượng của mô hình là trường, nguồn trường và các tham số của môi trường, được biểu diễn bằng các đại lượng vô hướng, vector, tensor; còn mối liên hệ giữa các đối tượng này được rút ra từ các định luật vật lý và biểu diễn toán học nó bằng các phương trình đại số hoặc bằng các phương trình vi tích phân, v.v... Khi cho trường, nguồn trường, các tham số của môi trường và các phương trình trường, chúng ta hoàn toàn có thể xác định được mô hình toán của trường địa vật lý.

Ví dụ, trong phương pháp thăm dò trọng lực mô hình toán được sử dụng là phương trình vi phân Poisson biểu diễn mối liên hệ giữa thế hấp dẫn U và hàm phân bố mật độ khối lượng ρ . Ở đây mật độ khối lượng đóng vai trò vừa là tham số môi trường vừa là nguồn trường.

Trên cơ sở các mô hình toán địa vật lý, ta lập ra bài toán thuận và bài toán ngược. Có thể phát biểu định nghĩa toán học của các bài toán này như sau:

+ Bài toán thuận có dạng:

$$d = A(m)$$

$$d = A_s(m)$$

(bài toán xác định số liệu đo trường d theo tham số môi trường m).

+ Bài toán ngược có dạng:

$$m = A_s^{-1}(d)$$

$$(m, s) = A^{-1}(d)$$

$$s = A^{-1}(d)$$

(bài toán xác định tham số môi trường m , nguồn trường s theo số liệu đo trường d).

Ở đây:

- A, A^{-1} là các toán tử của bài toán thuận và bài toán ngược khi không phụ thuộc vào nguồn trường s .

- A_s, A_s^{-1} là các toán tử của bài toán thuận và bài toán ngược khi phụ thuộc vào nguồn trường s .

Khi giải các bài toán ngược địa vật lý, cần đặc biệt quan tâm đến tính chất ổn định nghiệm, duy nhất nghiệm và ổn định nghiệm của bài toán cần giải. Lớp các bài toán ngược địa vật lý thường không ổn định nghiệm, vì thế cần phải sử dụng các phương pháp điều chỉnh khi giải lớp các bài toán này.

Nội dung của mô hình hóa chính là sự phân tích các mô hình toán bao gồm nghiên cứu cách lập bài toán, lựa chọn mô hình toán thích hợp, giải các bài toán thuận đối với mô hình đã cho (tức là xác định các đặc trưng của trường theo phân bố của nguồn trường và các tham số của môi trường), phân tích các kết quả thu được sau khi đã giải xong bài toán thuận. Phương pháp mô hình trong Địa vật lý còn được dùng để phân tích khả năng phân giải của các phương pháp địa vật lý khác nhau, nghiên cứu ảnh hưởng của các tham số môi trường lên đặc trưng của trường địa vật lý đo, các đặc điểm của trường trong những tình huống cụ thể. Các bài toán địa vật lý nhìn chung khá phức tạp vì thế cần có các phương pháp tính phù hợp để phân tích các mô hình toán thu được và cần các máy tính mạnh cho phép giải được một khối lượng lớn các bài toán phức tạp. Vì vậy, các phương pháp tính và máy tính đóng một vai trò rất quan trọng trong phương pháp mô hình hóa trong Địa vật lý.

Các mô hình toán để mình giải số liệu địa vật lý có giá trị đặc biệt, nó bao gồm mô hình trường địa vật lý và mô hình thông tin.

Trong mô hình trường địa vật lý việc lựa chọn các đặc trưng đo và nguồn trường hoàn toàn được xác định bởi phương pháp địa vật lý lựa chọn. Đôi tượng chưa biết của mô hình này thường là sự phân bố của các tham số môi trường. Bài toán xác định các đặc trưng của mô hình bằng cách so sánh số liệu tính

toán theo mô hình và số liệu quan sát được bằng thực nghiệm, điều chỉnh dần các đặc trưng cần tìm để sao cho các số liệu này sai lệch ít nhất, nó chính là bài toán ngược trong Địa vật lý.

Mô hình thông tin cho phép phát triển các tiêu chuẩn so sánh số liệu tính toán theo mô hình và số liệu quan sát thực nghiệm, đánh giá lượng thông tin thu được của bài toán ngược và độ chính xác của tham số mô hình. Việc lựa chọn lớp mô hình minh giải cần phải thỏa mãn điều kiện sao cho độ tin cậy của tham số mô hình xác định được tương ứng với độ chính xác đã cho của thông tin xuất phát. Vì vậy, việc xử lý sơ bộ mà thông thường bằng phương pháp toán thống kê đóng vai trò quan trọng trong các bài toán minh giải tài liệu địa vật lý.

Giải các bài toán địa vật lý trên máy vi tính

Ra đời từ những năm giữa của thế kỷ 20, máy tính điện tử đã phát triển mạnh mẽ và nhanh chóng, đến nay đã trải qua 5 thế hệ dựa vào sự tiến bộ về công nghệ điện tử và vi điện tử cũng như các cải tiến về nguyên lý hoạt động, tính năng và loại hình của nó. Theo hiệu năng tính toán, ta có thể phân chia máy tính thành các loại - máy vi tính, máy tính tầm trung, máy tính lớn và siêu máy tính.

Ngay từ khi mới ra đời, máy tính sớm được đưa vào sử dụng và ngày nay nó đóng vai trò quan trọng không thể thiếu trong nghiên cứu địa vật lý. Máy tính được dùng để:

- Giải các bài toán tương đối nhỏ và đơn giản bằng phương pháp giải tích.

- Giải các bài toán lớn và phức tạp bằng các phương pháp số và các phương pháp xác suất thống kê.

- Mô phỏng các hiện tượng và quá trình trong Địa vật lý.

- Thu thập, lưu trữ và xử lý các số liệu địa vật lý.

- Hiện thị các đồ họa hai chiều và các hình ảnh động.

Vì thế có thể nói rằng máy tính là công cụ không thể thiếu của các nhà địa vật lý ngày nay.

Việc sử dụng để giải quyết một bài toán địa vật lý nào đó thường được quan niệm một cách không chuẩn xác rằng đơn giản chỉ là việc lập trình thuần túy. Thực ra đó là một quá trình phức tạp bao gồm nhiều giai đoạn.

Lập bài toán

Ở đây người sử dụng phải xác định bài toán, làm rõ yêu cầu, nhận định tính khả thi của bài toán. Khi nghiên cứu một hiện tượng hay quá trình địa vật lý, để lập bài toán tương ứng ta cần khái quát hóa và trừu tượng hóa nó, phân tích nó thành những thành phần chính, xác định mối liên hệ giữa

các thành phần này, biểu diễn chúng bằng những thuật ngữ toán học dưới dạng các phương trình toán học. Như vậy, lập bài toán chính là lập mô hình toán cho hiện tượng hoặc quá trình địa vật lý cần nghiên cứu. Nếu lập bài toán sai khi giải chúng ta sẽ thu được kết quả phi lý. Nếu bài toán được lập tương ứng với mô hình toán quá đơn giản do bỏ qua một số thành phần và mối liên hệ tương đối quan trọng có thể cho kết quả không đáp ứng đủ yêu cầu đặt ra. Song nếu chúng ta xây dựng mô hình quá phức tạp thì có thể không giải được bằng các máy tính hiện đại. Vì thế, việc lựa chọn mô hình toán hợp lý là điều kiện đầu tiên và cũng là quan trọng nhất để đảm bảo việc nghiên cứu địa vật lý bằng phương pháp mô hình hóa đạt hiệu quả cao. Đồng thời nó cũng đòi hỏi người lập bài toán địa vật lý phải có hiểu biết sâu sắc cả lĩnh vực toán học lẫn lĩnh vực địa vật lý để có thể lập được mô hình toán tối ưu cho đối tượng địa vật lý cần nghiên cứu.

Lựa chọn phương pháp giải và xây dựng thuật toán

Để giải bài toán địa vật lý đã lập, chúng ta cần phải sử dụng hợp lý những phương pháp toán khác nhau. Đối với lớp các bài toán tương đối nhỏ và đơn giản ta có thể tìm được nghiệm dưới dạng biểu thức bằng các phương pháp giải tích. Song số lượng các bài toán loại này khá ít, kết quả thu được nói chung chỉ mang tính định tính còn tính định lượng không cao. Những bài toán phức tạp thường phải giải trên các máy tính bằng các phương pháp số và các phương pháp xác suất thống kê.

Các phương pháp số chính được dùng trong địa vật lý:

- Tính đạo hàm và tích phân số.
- Tính các giá trị hàm đặc biệt.
- Biểu diễn hàm bằng nội suy và xấp xỉ.
- Giải các bài toán đại số tuyến tính.
- Giải các phương trình phi tuyến.
- Giải các phương trình vi phân.
- Giải các bài toán tối ưu (tìm cực tiểu hàm số).

Các phương pháp xác suất thống kê bao gồm:

- Các phương pháp đo lường thống kê, kiểm định giả thuyết thống kê.
- Các phương pháp tương quan, hồi quy và phương sai.
- Các phương pháp phân tích sự khác biệt, phân tích các nhân tố và các thành phần.
- Các phương pháp Monte - Carlo.

Phương pháp số thực chất là phương pháp giải các bài toán dựa trên mô hình toán liên tục sau khi đã rời rạc hóa nó. Sự thận trọng trong tính toán trên các mô hình toán thể hiện ở các điểm sau: làm rõ các tính chất và đặc tính của số liệu, xác định độ chính xác của thông tin xuất phát và độ chính xác của thông tin kết quả (thường là sai số tối đa cho phép).

Tiên lượng ưu điểm của phương pháp lựa chọn như đánh giá sai số xấp xỉ và sai số làm tròn, tốc độ hội tụ của quá trình lặp, tính ổn định, độ chính xác của việc tính toán, tính đúng đắn của việc lập các điều kiện ban đầu và điều kiện biên, v.v... Trong một số trường hợp, do số liệu và mô hình xuất phát bị rời rạc hóa, nếu không nghiên cứu sâu và toàn diện các đặc tính và chi tiết của phương pháp số lựa chọn một cách đầy đủ có thể dẫn đến khó khăn bất ngờ khi không lý giải được các kết quả thu được khi giải trên máy tính. Vì thế, đây là những vấn đề phức tạp và khó, đòi hỏi các nhà toán địa vật lý phải có hiểu biết về các phương pháp số một cách sâu sắc.

Sau khi đã xác định được phương pháp giải hợp lý ta sẽ xây dựng thuật toán tương ứng. Thuật toán là một dãy hữu hạn các thao tác và một trình tự thực hiện các thao tác đó sao cho khi thực hiện các thao tác này theo một trình tự đã chỉ ra với số liệu đầu vào ta sẽ thu được kết quả số liệu đầu ra mong muốn. Cách biểu diễn thuật toán đơn giản nhất là sơ đồ khối.

Soạn thảo chương trình. Chỉnh sửa và chạy thử chương trình

Soạn thảo chương trình là quá trình dịch hình thức thuật toán đã xây dựng thành dạng máy tính có thể hiểu được. Đó chính là chương trình viết bằng ngôn ngữ máy tính. Mỗi loại máy tính có một loại ngôn ngữ máy riêng gắn chặt với cấu trúc phần cứng, ở dạng nhị phân. Vì thế viết chương trình bằng ngôn ngữ máy không đơn giản, đòi hỏi nhiều công sức và thời gian, nhất là khi phải thay đổi, chỉnh sửa hay hoàn thiện và phát triển. Để khắc phục những hạn chế nêu trên người ta đề xuất sử dụng một ngôn ngữ lập trình bậc cao, chương trình viết trong ngôn ngữ này sẽ được máy tính dịch thành ngôn ngữ máy để máy tính thực thi khi giải bài toán tương ứng. Hiện nay có nhiều loại ngôn ngữ lập trình bậc cao phổ biến là FORTRAN, BASIC, PASCAL, C, v.v...

Tuy nhiên, lập trình bằng các ngôn ngữ bậc cao này cũng tiêu tốn khá nhiều công sức của người lập trình. Để nâng cao hiệu suất lập trình các nhà tin học đã tạo ra những phần mềm lập trình chuyên dụng cho các lĩnh vực khác nhau. Matlab là sản phẩm phần mềm của công ty Mathworks, là một trong những phần mềm mạnh nhất hiện nay, được sử dụng ở nhiều trường đại học và viện nghiên cứu trên thế giới. Nó được dùng rất hiệu quả để giải các bài toán khoa học kỹ thuật nói chung cũng như địa vật lý nói riêng. Matlab để lập trình do tích hợp nhiều hàm tính toán và đồ họa, có thể tìm được nghiệm giải tích cũng như nghiệm số, hiển thị các đồ họa 2 chiều, 3 chiều và hình chuyển động một cách dễ dàng. Có thể nói lập trình bằng Matlab để thực hiện và cho hiệu suất lập trình nhanh hơn từ 5 - 10 lần các ngôn ngữ bậc cao kể trên.

Rất hiếm những chương trình mặc dù khá đơn giản ngay lần chạy thử đầu tiên đã cho kết quả đúng như mong muốn bởi vì trong chương trình thuật toán thường chứa các lỗi ta cần phải phát hiện và sửa chữa chúng. Quá trình phát hiện và sửa tất cả các lỗi trong chương trình xảy ra ở các giai đoạn của việc giải bài toán để bài toán thực hiện một cách đúng đắn gọi là quá trình hiệu chỉnh chương trình. Quá trình đó bao gồm:

- 1). Kiểm tra và sửa các lỗi cú pháp của chương trình.
- 2). Chỉnh sửa các phần độc lập của chương trình.
- 3). Chỉnh sửa toàn bộ chương trình về tổng thể.

Sau khi đã hoàn tất việc chỉnh sửa toàn bộ chương trình và đã chạy thông trên máy tính ta sẽ chạy thử chương trình trong một vài trường hợp với số liệu đầu vào khác nhau tương ứng với số liệu đầu ra có thể dự đoán hoặc biết trước (có thể bằng thực nghiệm). Nếu kết quả nhận được sai lệch lớn so với số liệu chuẩn thì trước tiên ta phải kiểm tra lại thuật toán và chương trình để phát hiện, sửa chữa sai sót hoặc nâng cao độ chính xác của mô hình rời rạc. Nếu không thu được kết quả như mong muốn ta cần phải thay đổi phương pháp giải, thậm chí phải xem xét lại việc lập bài toán dựa trên mô hình còn đơn giản, chưa đủ chính xác.

Xử lý các kết quả tính toán

Sau khi đã tính toán được các kết quả ta có thể hiển thị các kết quả này dưới dạng số, văn bản, hình ảnh. Các kết quả này có thể được đưa ra trên màn hình máy tính hoặc các máy in, máy vẽ chuyên dụng.

Như vậy, máy tính giúp giải được nhiều bài toán địa vật lý phức tạp, là công cụ hiệu lực để nghiên cứu Địa vật lý. Chương trình tính sau khi hoàn chỉnh là một phần mềm chuyên dụng. Để xây dựng nó ta cần nhiều công sức và thời gian của một hoặc nhiều tập thể các nhà địa vật lý toán, nên cần phải được triển khai rộng rãi. Do đó cần phải viết tài liệu hướng dẫn và bảo trì phần mềm này để giúp các nhà địa vật lý sử dụng nó một cách hiệu quả.

Tài liệu tham khảo

- Menke W., 2012. Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory. *MATLAB Edition, Academic Press Inc.* 330 pgs. San Diego,
- Zhdanov M. S., 2002. Geophysical inverse theory and regularization problems. *Elsevier.* 628 pgs. Amsterdam - New York - Tokyo.
- Дмитриева В. И. (Под ред.), 1990. Вычислительные математика и техника в разведочной геофизике. Справочник геофизика. *Недра.* 498 стр. Москва.