

NGHIÊN CỨU THUẬT TOÁN ESPRIT - XÁC ĐỊNH GÓC TỐI (DOA) TRONG ANTEN THÔNG MINH

Trần Thị Thuý Quỳnh

Trung tâm ECC - Khoa Công nghệ

Đại học Quốc gia Hà Nội

Tóm tắt: Việc sử dụng anten thông minh trong truyền thông vô tuyến đang là một xu hướng mới nhằm cải thiện chất lượng và mở rộng dung lượng của hệ thống. Vấn đề đặt ra đầu tiên trong thiết kế anten thông minh là phải xác định được góc tối của tín hiệu, từ đó thực hiện việc lái búp sóng anten về hướng mong muốn. Trong quá trình nghiên cứu để thực hiện thiết kế anten thông minh, chúng tôi đã lựa chọn kỹ thuật định hướng dùng thuật toán ESPRIT.

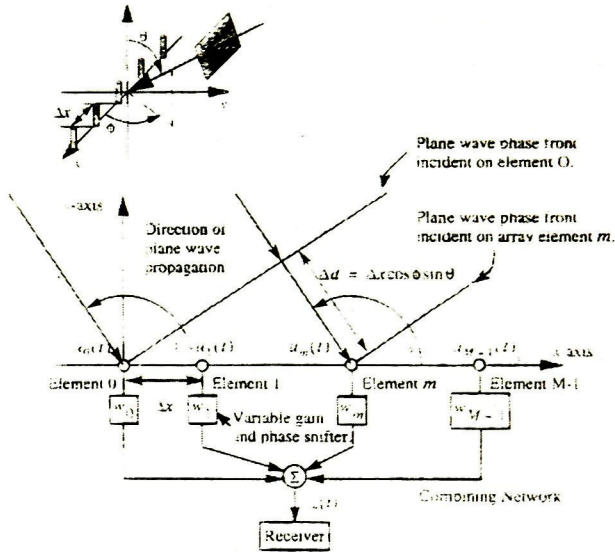
1. Giới thiệu

Kỹ thuật định hướng dùng phương pháp phân chia không gian con là kỹ thuật đầu tiên khai thác cấu trúc của mô hình dữ liệu trong trường hợp các phần tử của anten có giản đồ hướng bất kì. Nó cải tiến hơn rất nhiều so với các phương pháp cổ điển trước đây cả về độ chính xác và thời gian thực hiện.

ESPRIT là thuật toán ưu việt nhất trong những thuật toán định hướng dùng phương pháp phân chia không gian con.

Để đánh giá được khả năng của ESPRIT, trước hết xét mô hình truyền sóng ban đầu. Để sóng bức xạ tới các phần tử của anten là một sóng phẳng (hay coi các sóng đến mỗi phần tử là các đường thẳng song song với nhau), cần giả thiết rằng môi trường truyền sóng là đẳng hướng và các nguồn tín hiệu nằm trong vùng trường xa của mảng.

Các anten thông minh hiện nay thường bao gồm các phần tử có hệ số tăng ích thấp, co-polarized, xếp cách đều nhau theo mặt phẳng hoặc cung tròn tạo thành một mạng. Mạng này sẽ cho bức xạ của các phần tử về cùng một hướng theo sự điều khiển của bộ xử lý tín hiệu.



Hình 1. Mô hình anten với các phần tử đặt cách đều trên một đường thẳng.

Hình 1 mô tả một sóng tới trong không gian 3 chiều, trong đó: θ là góc nâng và ϕ là góc phương vị.

Với mô hình như trên thì tín hiệu thu được tại mỗi phần tử của anten là:

$$u_m(t) = As(t)e^{-j\beta m\Delta d} = As(t)e^{-j\beta m\Delta x \cos \phi \sin \theta} \quad (1.1)$$

với $\beta = 2\pi/\lambda$

Đối với các trạm cơ sở có thể coi $\theta = \pi/2$. Như vậy, góc tới của tín hiệu chỉ phụ thuộc vào góc phương vị ϕ .

Chú ý rằng, với mô hình loại này, nếu khoảng cách giữa các phần tử của anten vượt quá $\lambda/2$ thì sẽ xuất hiện các búp sóng không mong muốn mà có thể khuếch đại cả nhiễu và tạp âm.

Để thu được tín hiệu theo hướng ϕ_0 thì phải thay đổi trọng số của mỗi phần tử sao cho các lối ra là cùng pha với nhau. Cụ thể là:

Tín hiệu lối ra của bộ xử lí tín hiệu là:

$$z(t) = \sum_{m=0}^{M-1} w_m u_m(t) = As(t) \sum_{m=0}^{M-1} w_m e^{-j\beta m \Delta x \cos \phi} = As(t) f(\phi) \quad (1.2)$$

Nếu $w_m = e^{j\beta m \Delta x \cos \phi_0}$

thì hệ số mảng $f(\phi) = \sum_{m=0}^{M-1} e^{-j\beta m \Delta x (\cos \phi - \cos \phi_0)}$ (1.3)

Hàm này có cực đại bằng 1 tại $\phi = \phi_0$.

Trong không gian vectơ có thể kí hiệu là: $f(\phi) = w^H a(\phi)$ trong đó $w = [w_0 w_1 \dots w_{M-1}]^H$, $a(\phi) = [1 e^{-j\beta \Delta x \cos(\phi)} e^{-j\beta 2 \Delta x \cos(\phi)} \dots e^{-j\beta (M-1) \Delta x \cos(\phi)}]^T$; $a(\phi)$ được gọi là vectơ lái của mảng và góc ϕ sẽ xác định được góc tới DOA (Direction of Arrival).

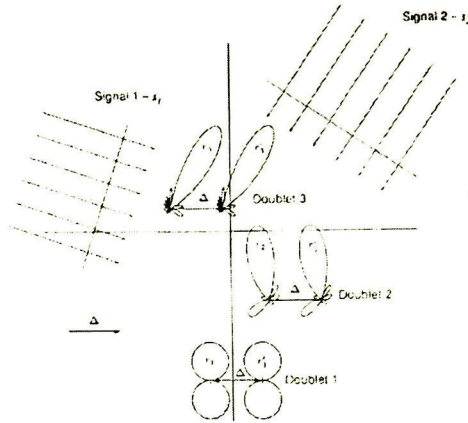
2. Thuật toán ESPRIT

Có nhiều cách để xác định được DOA nhưng báo cáo chỉ tập trung vào thuật toán ESPRIT.

Như đã giới thiệu ở trên, ESPRIT là thuật toán dựa trên sự phân chia không gian con, được giới thiệu bởi Richard Roy vào năm 1989. Với những khả năng ưu việt, thuật toán này được sử dụng khá phổ biến.

Thông thường, để đánh giá được DOA (với thuật toán MUSIC) của những tín hiệu đến anten cần xác định các vectơ lái trực giao với các giá trị riêng của ma trận tự tương quan lối vào $R_{uu} = E[u^H u]$ (các giá trị riêng này xấp xỉ bằng $\sigma_n^2 = E[n^H n]$). Trong khi đó, với thuật toán ESPRIT thì không yêu cầu phải tính toàn bộ các vectơ này. Sự cải tiến của ESPRIT là ở chỗ các phần tử của anten được chia thành hai mảng con có kích thước như nhau và cách nhau một khoảng tịnh tiến cố định.

Trong trường hợp tổng quát, xét một mặt phẳng gồm $m=M/2$ cặp anten như trong hình 2 (nếu một mảng gồm M phần tử đặt thẳng hàng cách đều nhau sẽ tạo thành $M-1$ cặp chồng lấn lên nhau).



Hình 2. Mô hình truyền tín hiệu khi dùng thuật toán ESPRIT

Mỗi cặp có giản đồ hướng nhất định và cách nhau bởi một vectơ dịch chuyển Δx .

Giả thiết rằng có $D \leq M$ nguồn tín hiệu băng hẹp tần số trung tâm w_0 đến anten. Các nguồn tín hiệu này là các quá trình ngẫu nhiên dừng trung bình bằng 0. Tập âm tác động vào M nguồn tín hiệu và cũng là các quá trình ngẫu nhiên dừng trung bình bằng 0 với hiệp phương sai là σ_n^2 .

Thuật toán ESPRIT thực hiện việc chia không gian thành 2 không gian con X_0 và X_1 cách nhau một khoảng Δx (phép tịnh tiến). Tín hiệu thu được bởi cặp thứ i là:

$$\begin{aligned} u_{0,i}(t) &= \sum_{k=0}^{D-1} s_k(t) a_i(\phi_k) + n_{0i}(t), \\ u_{1,i}(t) &= \sum_{k=0}^{D-1} s_k(t) e^{j\beta \Delta x \cos(\phi_k)} a_i(\phi_k) + n_{1,i}(t), \end{aligned} \quad (2.1)$$

ϕ_k là góc tới của nguồn tín hiệu thứ k .

Viết dưới dạng vectơ là:

$$\begin{aligned} u_0(t) &= A s(t) + n_0(t), \\ u_1(t) &= A \Phi s(t) + n_1(t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Φ là ma trận đường chéo $D \times D$, với các phần tử của đường chéo chính là độ trễ pha giữa 2 phần tử trong cặp anten ứng với D tín hiệu. Ma trận Φ có các giá trị riêng liên quan tới góc tới ϕ_k như sau:

$$\Phi = \text{diag}\{\exp(j\gamma_0), \exp(j\gamma_1), \dots, \exp(j\gamma_{D-1})\},$$

với
$$\gamma_k = \beta \Delta x \cos \phi_k. \quad (2.3)$$

Như vậy, để đánh giá được DOA, dựa trên ma trận lối vào, ta cần xác định một ma trận mà các giá trị riêng của ma trận này phải bằng với các thành phần đường chéo của ma trận Φ .

Vectơ lối ra của các phần tử là:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_0(t) \\ u_1(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad (2.4)$$

với $\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{A}\Phi \end{bmatrix}$ và $\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} n_0(t) \\ n_1(t) \end{bmatrix}$.

Ma trận tự tương quan lối vào là:

$$\mathbf{R}_{uu} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{R}_{ss}\bar{\mathbf{A}}^H + \sigma_n^2\mathbf{I}, \quad (2.5)$$

là ma trận $M \times M$ bao gồm D (không biết) tín hiệu và các thành phần còn lại là tạp âm.

Như vậy, nếu $D \leq M$ thì sẽ có $K=M-D$ giá trị riêng nhỏ nhất của \mathbf{R}_{uu} sẽ bằng σ_n^2 . D vectơ riêng \mathbf{V}_s ứng với D giá trị riêng lớn nhất thoả mãn điều kiện:

$$\text{Range}\{\mathbf{V}_s\} = \text{Range}\{\bar{\mathbf{A}}\}. \quad (2.6)$$

Bây giờ, do $\text{Range}\{\mathbf{V}_s\} = \text{Range}\{\bar{\mathbf{A}}\}$ nên phải tồn tại một ma trận cơ sở \mathbf{T} sao cho $\mathbf{V}_s = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{T}$. Hơn nữa, cấu trúc của mảng cho phép khai triển \mathbf{V}_s thành $\mathbf{V}_0 \in \mathbb{C}^{M \times D}$ và $\mathbf{V}_1 \in \mathbb{C}^{M \times D}$ sao cho $\mathbf{V}_0 = \mathbf{A}\mathbf{T}$ và $\mathbf{V}_1 = \mathbf{A}\Phi\mathbf{T}$. Do đó:

$$\text{Range}\{\mathbf{V}_0\} = \text{Range}\{\mathbf{V}_1\} = \text{Range}\{\mathbf{A}\}. \quad (2.7)$$

Do \mathbf{V}_0 và \mathbf{V}_1 có cùng số cột, vì vậy, hạng của $\mathbf{V}_{01} = [\mathbf{V}_0 | \mathbf{V}_1]$ là D . Điều này chứng tỏ rằng tồn tại một ma trận cơ sở $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{2D \times D}$ hàng sao cho:

$$\mathbf{0} = [\mathbf{V}_0 | \mathbf{V}_1]\mathbf{F} = \mathbf{V}_0\mathbf{F}_0 + \mathbf{V}_1\mathbf{F}_1 = \mathbf{A}\mathbf{T}\mathbf{F}_0 + \mathbf{A}\Phi\mathbf{T}\mathbf{F}_1. \quad (2.8)$$

Bằng cách định nghĩa $\Psi = -F_0 F_1^{-1}$, công thức trên có thể viết lại thành:

$$AT\Psi = A\Phi T. \quad (2.9)$$

Suy ra:

$$AT\Psi T^{-1} = A\Phi. \quad (2.10)$$

Bây giờ, giả sử A đã đủ hạng thì (2.10) trở thành:

$$T\Psi = \Phi T. \quad (2.11)$$

Từ (2.11), rõ ràng là các giá trị riêng của Ψ phải bằng các phần tử đường chéo của Φ và các cột của T phải bằng các vectơ riêng của Ψ . Đây chính là bí mật trong thuật toán ESPRIT. Các thông số tín hiệu đạt được khi các giá trị riêng của ma trận Ψ làm quay các vectơ V_0 để mở rộng không gian con tín hiệu M chiều thành các vectơ V_1 khác.

Thực tế, chỉ có một số hữu hạn tạp âm được đo đạc, các điều kiện trong phương trình (2.6) và (2.7) không thoả mãn. Do đó, việc tìm Ψ sao cho $\hat{V}_0 \Psi = \hat{V}_1$ là không thể. Một giải pháp để khắc phục điều này đó là sử dụng thuật toán bình phương tối thiểu lỗi còn lại. Bình phương tối thiểu sẽ cho:

$$\Psi = \left(\hat{V}_0^H \hat{V}_0 \right)^{-1} \hat{V}_0^H \hat{V}_1. \quad (2.12)$$

Để dàng tính các giá trị riêng của Ψ ứng với các phần tử đường chéo của Φ . Do các phần tử đường chéo của Φ có liên quan với góc tới nên chúng ta có thể tính trực tiếp.

Do cả \hat{V}_0 và \hat{V}_1 có tạp âm như nhau nên vấn đề sẽ được giải quyết tốt hơn bằng cách sử dụng luật bình phương tối thiểu tổng cộng (TLS-Total Least Squares criterion). Những con số này thay ma trận 0 trong (2.8) bởi ma trận lỗi mà tiêu chuẩn Frobenius của nó (nghĩa là lỗi bình phương tối thiểu tổng cộng) được tối thiểu.

Thuật toán TLS ESPRIT có thể tóm tắt như sau:

- Xác định \hat{R}_{uu} của R_{uu} từ các tín hiệu thu được u .
- Thực hiện khai triển riêng của \hat{R}_{uu} , cụ thể là:

$$\hat{R}_{uu} = V\Lambda V, \text{ với } \Lambda = \text{diag}\{\lambda_0, \dots, \lambda_{M-1}\},$$

và $V = [q_0, \dots, q_{M-1}]$ là các giá trị riêng và các vectơ riêng tương ứng.

Dùng vô số K của các giá trị riêng nhỏ nhất λ_{\min} , xác định số tín hiệu \hat{D} với $\hat{D} = M - K$.

Không gian tín hiệu được xác định bởi $\hat{V}_S = [q_0, \dots, q_{\hat{D}-1}]$ và được khai triển thành:

$$\hat{V}_S = \begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{V}_1 \end{bmatrix}$$

Tính khai triển riêng ($\lambda_1 > \dots > \lambda_{2\hat{D}}$):

$$\hat{V}_{01}^H \hat{V}_{01} = \begin{bmatrix} \hat{V}_0^H \\ \hat{V}_1^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}_0 \\ \hat{V}_1 \end{bmatrix} = V \Lambda V^H,$$

chia V thành $D \times D$ các ma trận con: $V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{bmatrix}$.

Tính các giá trị riêng của $\Psi = -V_{12} V_{22}^{-1}$.

$\hat{\Phi}_k$ bằng các giá trị riêng của $-V_{12} V_{22}^{-1} \quad \forall k = 0, \dots, \hat{D} - 1$.

Xác định góc tới:

$$\hat{\phi}_k = \cos^{-1} \left[c \frac{(\arg(\hat{\Phi}_k))}{\beta \Delta x} \right]$$

3. Kết luận

So với các phương pháp định hướng khác thì ESPRIT là một thuật toán hữu hiệu, khá phổ biến và giảm đáng kể khối lượng tính toán. Việc nghiên cứu và ứng dụng thuật toán này để giải bài toán định hướng trong anten thông minh là điều hết sức cần thiết. Trong báo cáo này, chúng tôi mới chỉ dừng lại ở việc tìm hiểu lý thuyết nhằm làm rõ vấn đề cần phải thực hiện. Việc nghiên cứu sẽ tiếp tục được thực hiện để đưa lý thuyết vào thực tiễn.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- 1 Simon Haykin. Adaptive Filter Theory.
- 2 Smart Antenna for Wireless Communication. Joseph C. Liberti, Theodore S. Rappaport.
- 3 ESPRIT-Estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques. Richard Rod and Thomas Kailath, IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, Vol.37, No.7, July 1989.
- 4 Application of antenna Arrays to Mobile Communications. Part II: Beam-Forming and Direction-of-Arrival Considerations, Proceedings of the IEEE, Vol.85, No.8, August 1997.