

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG**

**DƯƠNG THẾ HÙNG**

**PHÂN TÍCH HỆ THANH PHẪNG  
CÓ LIÊN KẾT NỬA CỨNG, VẾT NÚT  
VÀ CÓ ĐỘ CỨNG, KHỐI LƯỢNG  
PHÂN BỐ NGẪU NHIÊN**

Chuyên ngành: Cơ học vật thể rắn

Mã số: 62.44.21.01

**TÓM TẮT LUẬN ÁN TIẾN SỸ KỸ THUẬT**

**HÀ NỘI – 2010**

Công trình được hoàn thành tại Trường Đại học Xây dựng

**Người hướng dẫn khoa học:**

**1.GS.TS. Lê Xuân Huỳnh** – Trường Đại học Xây dựng

**2.PGS.TS. Trần Văn Liên** – Trường Đại học Xây dựng

**Phản biện 1:**

**GS.TSKH. Nguyễn Tiến Khiêm** – Viện cơ học Việt Nam

**Phản biện 2:**

**GS.TS. Hoàng Xuân Lượng** – Học viện Kỹ thuật Quân sự

**Phản biện 3:**

**GS.TSKH. Nguyễn Trâm** – Trường ĐH Kiến trúc Hà Nội

Luận án sẽ được bảo vệ tại Trường ĐH Xây dựng trước Hội đồng chấm luận án tiến sỹ theo Quyết định số 771/QĐ-SĐH ngày 17/08/2010 của Hiệu trưởng Trường Đại học Xây dựng vào hồi .... giờ .... Ngày .... Tháng .... năm 2010

Có thể tìm hiểu luận án tại:

- Trường Đại học Xây dựng
- Thư viện Quốc gia

**DANH MỤC CÔNG TRÌNH KHOA HỌC ĐÃ CÔNG BỐ**

1. Dương Thế Hùng, Lê Xuân Huỳnh (2010). “Phân tích chuyển vị trong dầm có vết nứt với độ cứng  $EI(x)$  và khối lượng  $m(x)$  phân bố ngẫu nhiên”. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ trường Đại học Xây dựng*, Số 7/2010, trang 30-39.
2. Dương Thế Hùng, Nguyễn Thế Thịnh (2010). “Mô hình dầm liên tục chịu tải trọng động trong thiết kế và thi công xây dựng”. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Thái Nguyên*, Tập 66, Số 4; trang 62-66.
3. Dương Thế Hùng (2009). “Xây dựng ma trận độ cứng của phần tử thanh có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên”. *Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc Kỷ niệm 30 năm Viện Cơ học và 30 năm Tạp chí Cơ học*. NXB Khoa học tự nhiên và công nghệ, trang 57-65.
4. Dương Thế Hùng (2009). “Tính toán kết cấu thanh có tham số ngẫu nhiên”. *Tuyển tập công trình Hội nghị Cơ học toàn quốc Kỷ niệm 30 năm Viện Cơ học và 30 năm Tạp chí Cơ học*. NXB Khoa học tự nhiên và công nghệ, trang 66-73.
5. Dương Thế Hùng (2009). “Ứng dụng Maple12 tính toán kết cấu”. *Tạp chí Khoa học và Công nghệ - Đại học Thái Nguyên*, Tập 56, Số 8; trang 97-100.
6. Trần Văn Liên, Dương Thế Hùng (2007). “Tính toán kết cấu chịu tải trọng động đất bằng phương pháp độ cứng động lực”. *Tuyển tập công trình khoa học Hội nghị cơ học toàn quốc lần thứ 8*, Hà Nội 12/2007, NXB Đại học Bách Khoa, trang 262-272.
7. Dương Thế Hùng (2006). “Độ tin cậy về ổn định của tấm ba lớp dạng Sandwich”. *Tuyển tập công trình Hội nghị khoa học toàn quốc Cơ học vật rắn biến dạng lần thứ 8*, NXB Khoa học tự nhiên và công nghệ, trang 373-378.

phương sai của chuyển vị và ứng lực trong các mô hình này khi xét đến sự ảnh hưởng lẫn nhau của các tham số tồn tại trong dầm, từ đó tạo ra một số bảng cơ sở dữ liệu cho bài toán chẩn đoán kết cấu dầm có vết nứt.

- Kết quả cho thấy khi tần số của lực kích thích  $\omega$  có giá trị nhỏ ( $\omega < 10 \text{ rad/s}$ ) thì ảnh hưởng của  $EI(x)$  đến giá trị phương sai lớn hơn ảnh hưởng của  $m(x)$ , ngược lại khi  $\omega$  lớn ( $\omega \geq 20 \text{ rad/s}$ ) thì ảnh hưởng của  $m(x)$  lớn hơn của  $EI(x)$ ...
- 5- Từ các kết quả nghiên cứu lý thuyết, luận án đã xác định giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị và ứng lực của kết cấu khung phẳng chịu tải trọng tĩnh và động dạng điều hòa có chu kỳ  $\omega$ :
- Đã xây dựng mô hình làm việc của kết cấu khung có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên. Kết quả tính toán cho thấy ảnh hưởng của tần số lực kích thích  $\omega$  đến giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị tương đối lớn. Ảnh hưởng của độ cứng liên kết nửa cứng nói chung nhỏ hơn so với ảnh hưởng của tần số lực kích thích.
  - Mô hình khung có kể đến yếu tố cản, có vết nứt, liên kết nửa cứng và tham số ngẫu nhiên là mô hình mới mà luận án đạt được, có thể được sử dụng vào tính toán thực tế vì nó phản ánh sự làm việc của kết cấu một cách đầy đủ hơn các hệ riêng lẻ. Tuy nhiên, luận án mới chỉ dừng lại ở kết quả tính toán lý thuyết, các kết quả này cần phải được kiểm chứng bằng thực nghiệm.
- 6- Luận án đã phân tích trạng thái ứng suất, biến dạng, từ đó đánh giá độ tin cậy theo mức 2 của phần tử và toàn bộ kết cấu khung phẳng có liên kết nửa cứng, vết nứt và  $EI(x)$ ,  $EA(x)$  và  $m(x)$  phân bố ngẫu nhiên.

## MỞ ĐẦU

### 1. Cơ sở khoa học và thực tiễn

Việc mô hình hóa vết nứt của thanh bằng lò xo đàn hồi đã được nhiều tác giả sử dụng trong bài toán đánh giá hư hỏng của kết cấu. Trong phân tích kết cấu hệ thanh, nhiều trường hợp liên kết giữa dầm và cột được xem là liên kết nửa cứng. Sai lệch ngẫu nhiên về độ cứng và phân bố khối lượng cũng cần được xem xét khi phân tích nội lực-chuyển vị động và đánh giá độ tin cậy. Từng vấn đề nêu trên đã được nhiều tác giả quan tâm và giải quyết riêng biệt.

Trên thực tế, trong một kết cấu hệ thanh có thể tồn tại cả ba vấn đề nêu trên, nhưng do tính chất phức tạp nên việc xem xét đồng thời cả ba vấn đề còn chưa được giải quyết. Luận án này sẽ nghiên cứu kết cấu hệ thanh tồn tại đồng thời ba vấn đề “vết nứt”, “liên kết nửa cứng” và “độ cứng và khối lượng phân bố ngẫu nhiên” với một ý tưởng không quá phức tạp, sử dụng các kết quả đã có để lập và giải bài toán theo một mô hình chung.

### 2. Tính cấp thiết

Việc nghiên cứu kết cấu hệ thanh có xét đồng thời cả ba vấn đề liên kết nửa cứng, vết nứt và sự phân bố ngẫu nhiên về độ cứng, khối lượng vừa có ý nghĩa lý thuyết, vừa có ý nghĩa thực tế. Đặc biệt khi phân tích trạng thái ứng suất biến dạng của kết cấu nhằm phục vụ việc đánh giá và kiểm định chất lượng công trình.

### 3. Một số giả thiết được sử dụng trong luận án

- a) Tải trọng tác động lên kết cấu là tải trọng tĩnh hoặc tải trọng động có dạng điều hòa.
- b) Vật liệu làm việc trong giai đoạn đàn hồi tuyến tính và xem kết cấu có biến dạng bé.

- c) Vết nứt đã biết trước về độ sâu, vị trí xác định và không biến đổi theo thời gian.
- d) Lò xo đàn hồi trong mô hình liên kết nửa cứng có biên dạng tuyến tính.
- e) Độ cứng uốn EI, độ cứng kéo nén EA, khối lượng trên đơn vị dài m được giả thiết là các đại lượng ngẫu nhiên có dạng [56], [57], [58], [59], [81], [82]:

$$\begin{cases} EI(x) = EI_0 [1 + \varepsilon_1 g_1(x)]; EA(x) = EA_0 [1 + \varepsilon_3 g_3(x)] \\ m(x) = m_0 [1 + \varepsilon_2 g_2(x)] \end{cases} \quad (1.11)$$

trong đó EI<sub>0</sub>, m<sub>0</sub> và EA<sub>0</sub> biểu thị giá trị kỳ vọng của các đại lượng EI(x), m(x) và EA(x); ε<sub>i</sub> (i=1,2,3) là hằng số 0<ε<sub>i</sub><<1, được gọi là các tham số bé; g<sub>i</sub>(x) là hàm ngẫu nhiên có giá trị kỳ vọng bằng không và độ lệch chuẩn đơn vị với hàm tương quan là R<sub>ij</sub>(ξ) (i,l,j=1,2,3) đã biết. Các tham số ngẫu nhiên trong các hàm EI(x), EA(x) và m(x) nhận được là kết quả của việc xử lý thống kê các kết quả đo của biến ngẫu nhiên về vật liệu hay kích thước hình học. Ngoài ra, yếu tố cần được xét đến thể hiện trong tính toán hàm dạng, tương tự như trong tài liệu [81] đã sử dụng.

### 3. Phạm vi, đối tượng, mục tiêu và phương pháp nghiên cứu

Phạm vi nghiên cứu là kết cấu hệ thanh phẳng trong các bài toán dao động cưỡng bức chịu tải trọng tiền định ở trạng thái tĩnh và động. Tải trọng động có dạng điều hòa.

Mục đích của luận án là xây dựng mô hình phần tử có liên kết nửa cứng, vết nứt với độ cứng và khối lượng phân bố ngẫu nhiên; phân tích ảnh hưởng của tần số dao động của lực kích thích, của liên kết nửa cứng, vết nứt và tham số ngẫu nhiên EI(x), EA(x), m(x) đến trạng thái ứng suất biến dạng của hệ dầm, khung phẳng chịu tải trọng tĩnh và động dạng điều hòa, đánh giá độ tin cậy về bền và cứng.

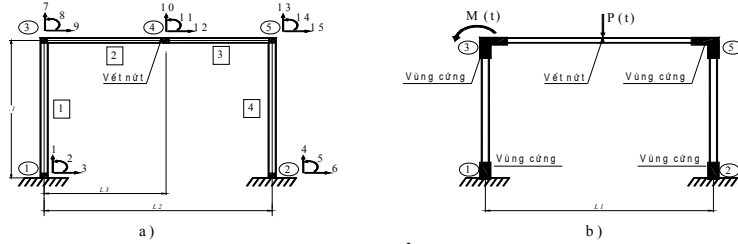
*sai của chuyển vị và ứng lực có thể được sử dụng vào tính toán thực tế vì nó phản ánh trạng thái kết cấu nguy hiểm hơn nhiều so với các mô hình đơn đã có.*

3. Đã xác định độ tin cậy của khung về độ cứng.

### KẾT LUẬN CHUNG

- Xây dựng một mô hình phần tử thanh phẳng có các đại lượng EI(x), EA(x), m(x) phân bố ngẫu nhiên và liên kết hai đầu nửa cứng dạng lò xo đàn hồi ba hệ số c<sub>u</sub>, c<sub>v</sub>, c<sub>φ</sub>. Trong các trường hợp riêng ta nhận lại được các kết quả của các tác giả đã công bố.
- Đã chỉ ra sự tham gia của liên kết nửa cứng bằng ma trận hiệu chỉnh B, K<sub>Vc</sub> và ma trận H<sub>e</sub>. Khi liên kết hai đầu thanh là tuyệt đối cứng (k<sub>i</sub>=∞), ta nhận được kết quả tính toán kết cấu hệ khung có EI(x), EA(x) và m(x) ngẫu nhiên của các tác giả đã công bố. Khi ε=0 nhận được các trường hợp riêng cho bài toán có vết nứt và liên kết nửa cứng dưới dạng tiền định.
- Đã lập thuật toán và chương trình TK.mw tính khung phẳng có vết nứt, liên kết nửa cứng với độ cứng và mật độ khối lượng phân bố ngẫu nhiên. Trong một số trường hợp riêng, đã so sánh kết quả tính bằng TK.mw với một số chương trình khác. Kết quả so sánh cho thấy chương trình TK.mw đúng đắn và có độ tin cậy cao. Chương trình TK.mw có khả năng sử dụng trong nghiên cứu và tham khảo cho tính toán thực tế.
- Sử dụng chương trình TK.mw tính toán khung phẳng, luận án đã phân tích làm rõ ảnh hưởng của các yếu tố vết nứt và tham số ngẫu nhiên đến chuyển vị và ứng lực của kết cấu dầm:
  - Đã phân tích một số mô hình dầm có vết nứt, dầm có EI(x), m(x) ngẫu nhiên, có các liên kết khác nhau, dầm chịu tác động của lực kích thích điều hòa có chu kỳ ω. Đã phân tích giá trị kỳ vọng,

- Tính toán khi xét có cả vết nứt và liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên  $EI(x)$ ,  $EA(x)$  và  $m(x)$  là mô hình mới của luận án. Ảnh hưởng của tần số dao động  $\omega$  đến giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị và ứng lực là đáng kể.



Hình 5.4. Sơ đồ tính khung

#### 5.4. Đánh giá độ tin cậy của khung theo điều kiện cứng

Bảng 5.11. Kết quả tính độ tin cậy của khung theo điều kiện cứng

Đại lượng	Chuyển vị số 9(m)	Chuyển vị số 10 (m)
độ lệch chuyển vị [CV]	0.000061	0.00045
chuyển vị CV	0.00006010	0.00042551
phương sai CV[CV]	1.06518E-13	6.62915E-11
$\beta$	2.761946739	3.008329964
Psi	0.0028727	0.0013134
Xác suất an toàn của hệ khi nối tiếp	0.995817673004180	
Xác suất an toàn của hệ khi song song	0.999996226995820	

Bảng 5.11 thể hiện kết quả tính độ tin cậy của khung theo điều kiện cứng theo hai sơ đồ: Sơ đồ nối tiếp (chỉ một chuyển vị trong hai chuyển vị vượt mức chuyển vị cho phép) có xác suất an toàn  $P_s=0,99581767$ . Sơ đồ song song (cả hai chuyển vị vượt mức chuyển vị cho phép) có xác suất an toàn  $P_s=0,999996226$ .

#### 5.5. Kết luận chương 5

1. Đã xác định giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị trong khung phẳng có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên.
2. Mô hình khung có kể đến yếu tố cân, có vết nứt, liên kết nửa cứng và tham số ngẫu nhiên cho kết quả tính giá trị kỳ vọng và phương

Phương pháp nghiên cứu: Sử dụng chung một mô hình lò xo đàn hồi để mô tả liên kết nửa cứng và vết nứt. Nghiên cứu lý thuyết để phân tích trạng thái ứng suất biến dạng của hệ khung phẳng theo phương pháp phần tử hữu hạn sử dụng độ cứng động lực ngẫu nhiên và lý thuyết độ tin cậy. Kiểm tra tính đúng đắn của kết quả nghiên cứu qua việc đối chiếu với các trường hợp riêng đã công bố.

#### 4. Nội dung, bố cục của luận án

Nội dung luận án trình bày trong 136 trang gồm phần mở đầu, 5 chương, phần kết luận và 92 tài liệu tham khảo, 41 trang phụ lục.

#### NHỮNG KẾT QUẢ MỚI CỦA LUẬN ÁN:

1. Kết hợp ba mô hình tính toán hệ thanh phẳng có vết nứt, liên kết nửa cứng và phân bố ngẫu nhiên về độ cứng  $EI(x)$ ,  $EA(x)$  và khối lượng  $m(x)$  vào một mô hình chung. Kết quả của mô hình chung là đã xây dựng được các ma trận và các biểu thức:
  - Ma trận độ cứng động lực  $D$ ,  $D^{LK}$  với sự bổ sung của ma trận hiệu chỉnh  $B$  và  $K_{V_c}$  thể hiện đặc trưng của liên kết nửa cứng và vết nứt;
  - Véc tơ tải trọng nút, các biểu thức kỳ vọng và phương sai của chuyển vị, ứng lực của phần tử;
2. Xây dựng sơ đồ thuật toán và lập chương trình tính kết cấu khung phẳng có tên TK.mw trên nền Maple12. Đặc điểm của chương trình TK.mw:
  - Có khả năng phân tích tĩnh và động kết cấu khung phẳng có vết nứt, liên kết nửa cứng và có chứa ba tham số ngẫu nhiên là độ cứng uốn  $EI(x)$ , độ cứng kéo (nén)  $EA(x)$  và phân bố khối lượng  $m(x)$ .
  - Chương trình đã được kiểm nghiệm, so sánh với kết quả đã công bố trong trường hợp tính toán tiền định (khi  $\varepsilon=0$ ) bằng

SAP2000 và nghiệm giải tích. Kết quả đáng tin cậy.

3. Sử dụng chương trình TK.mw luận án đã xác định kỳ vọng và phương sai của chuyển vị và ứng lực của dầm và khung chịu tải trọng tĩnh và động dạng điều hòa có xét đến cản cho các bài toán:
- Dầm có vết nứt;
  - Khung có liên kết nửa cứng;
  - Khung có liên kết nửa cứng và vết nứt;
  - Từ đó xác định độ tin cậy về độ bền của dầm có vết nứt chịu uốn và xác định độ tin cậy của khung về độ cứng.

## NỘI DUNG CHÍNH

### Chương 1. Tổng quan

#### 1.1. Về phạm vi nghiên cứu động lực học ngẫu nhiên

Biến trạng thái  $x \in X$  của hệ cơ học liên hệ với tải trọng và tác động ngoài  $d \in D$  thông qua mô hình hoá A:

$$Ax=d \quad (1.1)$$

Trong luận án, tính chất ngẫu nhiên của A được thể hiện qua đặc trưng độ cứng và phân bố khối lượng (dưới đây gọi tắt là tham số ngẫu nhiên), tải trọng ngoài d là hàm tiền định dưới dạng điều hòa.

#### 1.2. Về nghiên cứu kết cấu có liên kết nửa cứng và vết nứt

##### 1.2.1. Mô hình cơ học của vết nứt

Vết nứt mở một phía tại vị trí  $x_j$  được mô hình hoá trong bằng lò xo có độ cứng [10], [23], [27], [28], [44], [51], [63], [68], [69], [78]:

$$k_j = \frac{1}{\alpha_j}; \alpha_j = \frac{6\pi(1-\nu^2)h}{EI} I_c \left( \frac{a_j}{h} \right) \quad (1.3)$$

trong đó hàm  $I_c(z)$  có dạng (ở đây đặt  $z=a_j/h$ ):

$$I_c(z) = 0.6272z^2 - 1.04533z^3 + 4.5948z^4 - 9.973z^5 + 20.2948z^6 - 33.0351z^7 + 47.1063z^8 - 40.7556z^9 + 19.6z^{10}. \quad (1.4)$$

## Chương 5. PHÂN TÍCH KẾT CẤU KHUNG CÓ VẾT NỨT VÀ LIÊN KẾT NỬA CỨNG VỚI ĐỘ CỨNG VÀ KHỐI LƯỢNG PHÂN BỐ NGẪU NHIÊN

Chương 5 phân tích các bài toán về kết cấu khung: Có liên kết nửa cứng và  $EI(x)$ ,  $EA(x)$ ,  $m(x)$  ngẫu nhiên; Có yếu tố cản, vết nứt, liên kết nửa cứng, và  $EI(x)$ ,  $EA(x)$ ,  $m(x)$  ngẫu nhiên; Đánh giá độ tin cậy của khung theo điều kiện cứng.

### 5.1. Bài toán khung có liên kết nửa cứng

Nhằm đánh giá chương trình TK.mw có thể tính cho khung có nhiều phần tử. Bài toán này tính cho khung phẳng 2 nhịp 5 tầng có 24 phần tử, số bậc tự do là 54. Kết quả tính toán kỳ vọng của chuyển vị và ứng lực cho trong phụ lục 3.

### 5.2. Bài toán khung có liên kết nửa cứng và tham số ngẫu nhiên

Khung có liên kết nửa cứng theo ba phương với độ cứng là  $c_v$ ,  $c_u$  và  $c_\phi$ . Bài toán đặt ra là xác định giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị tại vị trí bên phải liên kết nửa cứng (chuyển vị nút số 10).

Từ các kết quả phân tích, rút ra một số kết luận:

- Ảnh hưởng của tần số lực kích thích  $\omega$  đến giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị tương đối lớn. Ảnh hưởng của độ cứng liên kết nửa cứng nói chung nhỏ so với ảnh hưởng của tần số lực kích thích.
- Sự thay đổi của tham số bé  $\varepsilon$  ảnh hưởng trực tiếp đến giá trị phương sai của chuyển vị theo quy luật đồng biến.

### 5.3. Bài toán xét ảnh hưởng yếu tố cản, vết nứt, liên kết nửa cứng

Xét ảnh hưởng tương tác của các yếu tố cản, vết nứt, liên kết nửa cứng của khung trên hình 5.4, kết quả tính rút ra một vài kết luận:

- Sự tham gia của yếu tố cản ảnh hưởng trực tiếp đến kết quả tính chuyển vị hoặc ứng lực.

c) ở mục 1.4 có thể chấp nhận được. Tuy nhiên, giá trị phương sai của ứng lực thay đổi lớn, như vậy thành phần ngẫu nhiên khi vết nứt thay đổi cần phải tính đến.

**4.3. Đánh giá độ tin cậy về bền của dầm có vết nứt chịu uốn**

Quãng an toàn của dầm theo điều kiện bền chịu uốn ở trạng thái ứng suất đơn tại điểm mép trên và mép dưới của dầm:

$$M = f(M_{L/2}, EI) = [\sigma] - \sigma = [\sigma] - E \frac{M_{L/2}}{EI} \cdot \frac{h}{2} \geq 0 \tag{4.12}$$

ở đây  $M_{L/2}$  – giá trị mômen tính ở 4.1.3;

Bảng 4.12 là kết quả tính độ tin cậy của dầm có vết nứt chịu uốn, độ tin cậy thay đổi khi thay đổi tham số bé  $\epsilon$ .

Bảng 4.12. Tính độ tin cậy

TT	$\epsilon_1$	$\beta$	Ps	TT	$\epsilon_1$	$\beta$	Ps
1	0.01	3.299	0.99951485	6	0.06	0.550	0.70884031
2	0.02	1.650	0.95052853	7	0.07	0.471	0.68117963
3	0.03	1.100	0.86433394	8	0.08	0.412	0.65983029
4	0.04	0.825	0.79531420	9	0.09	0.367	0.64319049
5	0.05	0.660	0.74537309	10	0.1	0.330	0.62930002

**4.4. Kết luận chương 4**

1. Đã phân tích mô hình dầm có một vết nứt và có  $EI(x)$  và  $m(x)$  ngẫu nhiên khi xét đến ảnh hưởng của điều kiện biên, tham số bé  $\epsilon_1$  và  $\epsilon_2$  và tần số của lực kích thích đến giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị.
2. Chương trình TK.mw có khả năng phân tích dầm có nhiều vết nứt chịu tải trọng tĩnh và động. Các kết quả đưa ra của chương trình TK.mw là các biểu thức bằng chữ, rất thuận tiện để khảo sát một đại lượng nào đó biến thiên.
3. Đã xác định độ tin cậy của dầm có vết nứt theo tiêu chuẩn về độ bền. Kết quả tính độ tin cậy của dầm cho thấy xác suất an toàn thay đổi theo các thông số như tham số bé  $\epsilon$ , từ đó có thể điều chỉnh trị số đầu vào để nhận được kết quả xác suất an toàn cho trước.

Đối với vết nứt mở 2 phía với  $a$  là độ sâu vết nứt,  $\gamma = a / (h / 2)$  là tỷ số giữa chiều sâu vết nứt mở 2 phía với một nửa chiều cao tiết diện. Khi đó, vết nứt tại vị trí  $x_j$  được mô hình hoá bằng các lò xo đàn hồi có độ cứng tương đương  $k_{1,2,3,4}$  [10],[23], [27], [28], [44], [51], [63], [68], [69], [78] như sau:

Khi kéo nén dọc trục

$$\frac{1}{k_1} = \frac{\pi \gamma^2}{bE} (0.7442 - 0.8463\gamma + 1.376\gamma^2 - 0.7540\gamma^3 + 0.5470\gamma^4)$$

Khi xoắn trong mặt phẳng yz

nếu  $b \leq h$

$$\frac{1}{k_4} = \frac{\pi(1+\nu)(3h+1.86b)^2 \gamma^2}{4b^3(h/2)^2 E} (0.5020 - 0.9843\gamma + 1.233\gamma^2 - 0.8114\gamma^3 + 0.3163\gamma^4)$$

nếu  $b \geq h$

$$\frac{1}{k_4} = \frac{\pi(1+\nu)(3b+1.8h)^2 \gamma^2}{4b^3(h/2)^2 E} (0.5020 - 0.9843\gamma + 1.233\gamma^2 - 0.8114\gamma^3 + 0.3163\gamma^4)$$

Khi uốn trong mặt phẳng xy

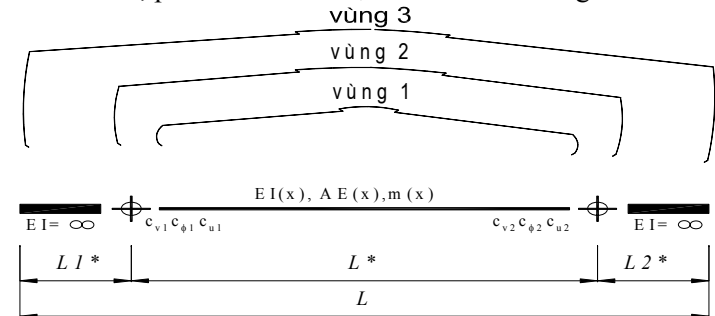
$$\frac{1}{k_2} = \frac{9\pi \gamma^2}{b(h/2)^2 E} (0.5033 - 0.9022\gamma + 3.412\gamma^2 - 3.181\gamma^3 + 5.793\gamma^4)$$

Khi uốn trong mặt phẳng xz

$$\frac{1}{k_3} = \frac{36\pi \gamma^2}{b^3 E} (0.259 - 0.3186\gamma + 0.5052\gamma^2 - 0.2914\gamma^3 + 0.2008\gamma^4)$$

**1.2.2. Mô hình liên kết nửa cứng ở hai đầu thanh**

Trên hình 1.5, phần tử thanh được chia làm 3 “vùng” như sau:



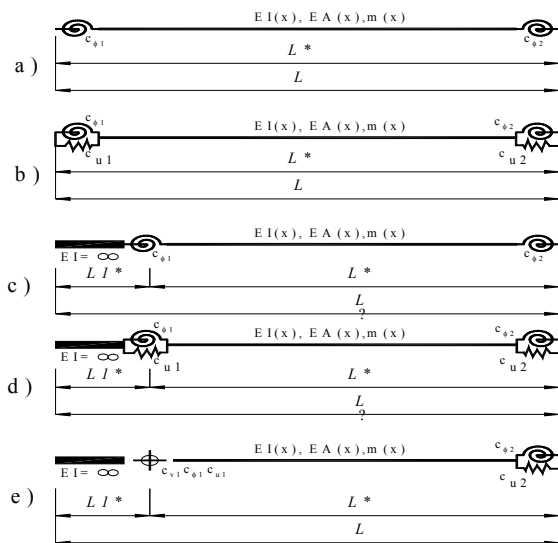
Hình 1.5. Mô hình phần tử thanh có liên kết nửa cứng

Vùng 1 có chiều dài  $L^*$ , có  $EI(x)$ ,  $EA(x)$ ,  $m(x)$  phân bố ngẫu nhiên, liên kết cứng ở hai đầu; gọi vùng này là phần tử loại 1 (PTL1).

Vùng 2 bao gồm vùng 1 và liên kết lò xo đàn hồi ba thành phần tại hai đầu của phần tử với các đặc trưng độ cứng  $c_{v1}$ ,  $c_{\phi 1}$ ,  $c_{u1}$ ,  $c_{v2}$ ,  $c_{\phi 2}$ ,  $c_{u2}$ ; ta gọi vùng này là phần tử loại 2 (PTL2).

Vùng 3 bao gồm vùng 2 và đoạn thanh có độ cứng rất lớn (xem là cứng vô cùng) có chiều dài  $L1^*$  và  $L2^*$ , ta gọi vùng này là phần tử loại 3 (PTL3) Giữa vùng 2 và vùng 3 có liên hệ với nhau qua ma trận quan hệ  $H_e$ . Trong trường hợp độ cứng hai đoạn  $L1^*$ ,  $L2^*$  hữu hạn, ta nhận được mô hình phần tử thanh có hai vết nứt.

**1.2.3. Kết hợp hai mô hình kết cấu có liên kết nửa cứng và kết cấu có vết nứt xây dựng một mô hình chung**



Hình 1.6. Mô hình phần tử thanh có liên kết nửa cứng và vết nứt

Ta nhận thấy cả hai mô hình kết cấu có liên kết nửa cứng và kết cấu có vết nứt đều có thể đưa về một mô hình chung khi độ cứng lò

**4.2.2. Tính toán giá trị kỳ vọng và phương sai của ứng lực khi dầm chịu tải trọng động**

Khi dầm nhiều vết nứt chịu tải trọng động, luận án đã khảo sát sự biến thiên giá trị kỳ vọng và phương sai của ứng lực cho các trường hợp: Thay đổi tần số lực kích thích, thay đổi chiều sâu vết nứt, thay đổi điều kiện biên.

Bảng 4.7. Kỳ vọng của ứng lực khi thay đổi chiều sâu vết nứt

Giá trị kỳ vọng của ứng lực khi độ cứng của vết nứt thay đổi ( $\omega=10\text{rad/s}$ )											
Phần tử	TT Nội lực	0.25*C $\phi$ 2	0.5*C $\phi$ 2	1*C $\phi$ 2	1.5*C $\phi$ 2	2.0*C $\phi$ 2	2.5*C $\phi$ 2	C $\phi$ 2= $\infty$	Sai lệch 25%C $\phi$ 2	Sai lệch 250%C $\phi$ 2	Sai lệch 25% với không nứt
		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	13.66105	13.396282	13.268558	13.226646	13.205813	13.193352	13.143796	0.96%	0.57%	3.94%
	2	0	0	0	0	0	0	0			
	3	0	0	0	0	0	0	0			
	4	-4.751797	-4.616425	-4.551117	-4.529685	-4.519032	-4.51266	-4.487319	1.43%	0.84%	5.89%
	5	15.496363	15.127137	14.94902	14.890572	14.861518	14.84414	14.775031	1.19%	0.70%	4.88%
	6	0	0	0	0	0	0	0			
2	1	4.7517967	4.6164252	4.5511166	4.5296855	4.5190317	4.5126598	4.4873185	1.44%	0.84%	5.89%
	2	-15.49636	-15.12714	-14.94902	-14.89057	-14.86152	-14.84414	-14.77503	1.19%	0.70%	4.88%
	3	0	0	0	0	0	0	0			
	4	0	0	0	0	0	0	0			
	5	17.481071	17.054561	16.848803	16.781284	16.747721	16.727646	16.64781	1.22%	0.72%	5.01%
	6	0	0	0	0	0	0	0			

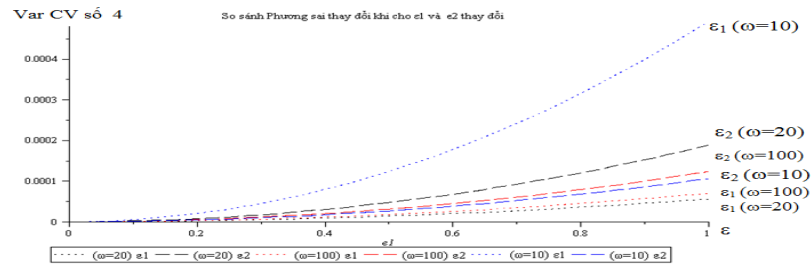
Sự thay đổi chiều sâu vết nứt sẽ gây ra sự phân bố lại giá trị kỳ vọng và phương sai của ứng lực. Khi độ cứng tương đương của vết nứt thay đổi tỉ lệ với độ cứng  $c_{\phi 2}$ , ta được kết quả giá trị kỳ vọng của ứng lực thay đổi trong bảng 4.7 (tính với  $\omega=10\text{rad/s}$ ).

Theo cột 10 và 11 trong bảng 4.7, khi độ cứng vết nứt thay đổi từ 25% đến 250% so với độ cứng  $c_{\phi 2}$  thì giá trị kỳ vọng của ứng lực thay đổi từ 0,57% đến 1,44%. The cột 12 trong bảng 4.7, khi độ cứng vết nứt bằng 25% của  $c_{\phi 2}$  so với dầm không có vết nứt (khi độ cứng  $c_{\phi 2}=\infty$ ) thì giá trị kỳ vọng của ứng lực thay đổi từ 3,94% đến 5,89% của dầm khi không có vết nứt. Như vậy, sự thay đổi độ cứng vết nứt đến giá trị kỳ vọng của ứng lực là nhỏ, do đó nhận thấy rằng giá thiết



#### 4.1.3. So sánh bài toán dầm có một vết nứt khi có $EI(x)$ ngẫu nhiên với bài toán dầm có một vết nứt khi có $m(x)$ ngẫu nhiên

Kết quả so sánh phương sai của chuyển vị thể hiện ở hình sau. Trên hình này thể hiện sự thay đổi giá trị phương sai của chuyển vị nứt số 4 khi thay đổi tham số bé  $\varepsilon$  (từ giá trị 0 đến 1) và tần số dao động của lực kích thích  $\omega$ .



Phương sai của CV số 4 thay đổi theo  $\varepsilon_1$  và  $\varepsilon_2$  ứng với tần số của lực kích thích  $\omega=10\text{rad/s}$ ,  $\omega=20\text{rad/s}$ ,  $\omega=100\text{rad/s}$

Kết quả so sánh cho thấy:

- Giá trị phương sai của chuyển vị thay đổi theo tham số bé của hàm ngẫu nhiên độ cứng  $EI(x)$  (ứng với  $\varepsilon_1$ ) hoặc hàm ngẫu nhiên phân bố khối lượng  $m(x)$  (ứng với  $\varepsilon_2$ ).
- Giá trị phương sai chuyển vị thay đổi theo tham số bé  $\varepsilon_1$  hoặc  $\varepsilon_2$  phụ thuộc vào tần số  $\omega$ . Ở tần số thấp ( $\omega < 10\text{rad/s}$ ) thì ảnh hưởng của  $EI(x)$  lớn hơn ảnh hưởng của  $m(x)$ . Khi ở tần số cao  $\omega \geq 20\text{rad/s}$  ảnh hưởng của  $EI(x)$  nhỏ hơn ảnh hưởng của  $m(x)$ .

### 4.2. Bài toán dầm có nhiều vết nứt và có $EI(x)$ , $m(x)$ ngẫu nhiên

#### 4.2.1. Tính toán giá trị kỳ vọng khi dầm chịu tải trọng tĩnh

Khi dầm chịu tải trọng tĩnh, kết quả tính giá trị kỳ vọng của chuyển vị và của ứng lực thể hiện bằng các biểu thức chữ. Từ biểu thức này có thể dễ dàng khảo sát, tính toán và so sánh với các kết quả nhận được theo các phương pháp khác.

xo tương đương của vết nứt bằng độ cứng của lò xo liên kết nửa cứng. Hình 1.6 mô tả một số phần tử có liên kết nửa cứng và vết nứt.

### 1.3. Nghiên cứu trên thế giới và ở Việt Nam liên quan đến đề tài

Mô hình tính toán kết cấu có độ cứng và phân bố khối lượng ngẫu nhiên đã được một số tác giả nghiên cứu [56], [57], [58], [59], [81], [82]. Nghiên cứu kết cấu có liên kết nửa cứng đã có một số kết quả trong [1], [30], [41], [74]. Kết cấu có vết nứt được mô hình là các lò xo đàn hồi đã có một số kết quả công bố [10], [21], [27]. Việc kết hợp các mô hình trên vào một mô hình chung phân tích kết cấu có tham số ngẫu nhiên, vết nứt và liên kết nửa cứng chưa được công bố.

## Chương 2: XÂY DỰNG CÁC BIỂU THỨC KỲ VỌNG VÀ PHƯƠNG SAI CỦA CHUYỂN VỊ VÀ ỨNG LỰC TRONG HỆ THANH PHẪNG CÓ THAM SỐ NGẪU NHIÊN VÀ LIÊN KẾT NỬA CỨNG

Để nhận được các biểu thức kỳ vọng và phương sai của chuyển vị và ứng lực, chương hai sẽ trình bày các nội dung: Xây dựng ma trận độ cứng của phần tử thanh phẳng có liên kết cứng ở hai đầu, sau đó là phần tử thanh phẳng có liên kết nửa cứng; Lập ma độ cứng trong tọa độ chung của kết cấu; Lập véc tơ lực nứt tương đương của kết cấu; Tiến hành nghịch đảo ma trận tổng thể bằng khai triển Neumann; Xác định giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị nứt và của ứng lực. Chương hai nhắc lại việc xác định hàm dạng ở mục 2.1 và ma trận độ cứng động lực ở mục 2.1, 2.2 theo [81].

### 2.1. Xác định hàm dạng của phần tử thanh có liên kết cứng ở hai đầu có tham số ngẫu nhiên

### 2.2. Xây dựng MTĐCĐL của phần tử thanh có liên kết cứng ở hai đầu và có tham số ngẫu nhiên

#### 2.2.1. Ma trận độ cứng động lực

Các hàm chuyển vị được biểu diễn qua hàm dạng như sau:

$$Y(x, t) = \sum_{i=1}^4 u_i^n(t) N_i^n(x, \omega); U(x, t) = \sum_{i=1}^2 u_i^n(t) N_i^n(x, \omega) \quad (2.87)$$

Ký hiệu ‘u’ biểu thị cho tính toán uốn, ‘n’ biểu thị cho tính toán kéo nén. Biểu thức động năng toàn phần của phần tử như sau:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \dot{u}_i^n(t) \dot{u}_j^n(t) I_{ij}(\omega) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \dot{u}_i^n(t) \dot{u}_j^n(t) K_{ij}(\omega) \quad (2.89)$$

Biểu thức thế năng toàn phần của phần tử như sau:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 u_i^n(t) u_j^n(t) J_{ij}(\omega) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 u_i^n(t) u_j^n(t) L_{ij}(\omega) \quad (2.91)$$

Trong (2.89), (2.91)  $I_{ij}(\omega)$ ,  $J_{ij}(\omega)$ ,  $K_{ij}(\omega)$ ,  $L_{ij}(\omega)$  được tính bằng:

$$I_{ij}(\omega) = \int_0^L m(x) N_i^n(x, \omega) N_j^n(x, \omega) dx \quad i, j = 1, \dots, 4 \quad (2.92a)$$

$$K_{ij}(\omega) = \int_0^L m(x) N_i^n(x, \omega) N_j^n(x, \omega) dx \quad i, j = 1, 2 \quad (2.92b)$$

$$J_{ij}(\omega) = \int_0^L EI(x) \frac{d^2 N_i^n(x, \omega)}{dx^2} \frac{d^2 N_j^n(x, \omega)}{dx^2} dx \quad i, j = 1, \dots, 4 \quad (2.92c)$$

$$L_{ij}(\omega) = \int_0^L EA(x) \frac{dN_i^n(x, \omega)}{dx} \frac{dN_j^n(x, \omega)}{dx} dx \quad i, j = 1, 2 \quad (2.92d)$$

Viết phương trình Lagrange loại II theo chuyển vị nút, nhận được:

$$[I_{ij}] \{\ddot{u}_i^n\} + [J_{ij}] \{u_i^n\} = \{0\} \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (2.94)$$

$$[K_{ij}] \{\ddot{u}_i^n\} + [L_{ij}] \{u_i^n\} = \{0\} \quad (i, j = 1, 2)$$

Khi dao động là điều hòa  $u_i(t) = u(\omega)e^{j\omega t}$ , nhận được MTĐCĐL:

$$[D_{nn}(\omega)] = \begin{bmatrix} D_{11}^n(\omega) & D_{12}^n(\omega) & 0 & D_{13}^n(\omega) & D_{14}^n(\omega) & 0 \\ D_{21}^n(\omega) & D_{22}^n(\omega) & 0 & D_{23}^n(\omega) & D_{24}^n(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & D_{11}^n(\omega) & 0 & 0 & D_{12}^n(\omega) \\ D_{31}^n(\omega) & D_{32}^n(\omega) & 0 & D_{33}^n(\omega) & D_{34}^n(\omega) & 0 \\ D_{41}^n(\omega) & D_{42}^n(\omega) & 0 & D_{43}^n(\omega) & D_{44}^n(\omega) & 0 \\ 0 & 0 & D_{21}^n(\omega) & 0 & 0 & D_{22}^n(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

trong đó:

$$[D^n(\omega)] = [D_{ij}^n], \quad D_{ij}^n = -\omega^2 (I_{ij}) + (J_{ij}) \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (2.96)$$

$$[D^n(\omega)] = [D_{ij}^n], \quad D_{ij}^n = -\omega^2 (K_{ij}) + (L_{ij}) \quad (i, j = 1, 2)$$

## Chương 4. PHÂN TÍCH DẦM CÓ VẾT NỨT VỚI ĐỘ CỨNG VÀ KHỐI LƯỢNG PHÂN BỐ NGẪU NHIÊN

Chương 4 phân tích các bài toán: Dầm có một vết nứt và  $EI(x)$ ,  $m(x)$  ngẫu nhiên; Dầm có nhiều vết nứt và  $EI(x)$ ,  $m(x)$  ngẫu nhiên; Đánh giá độ tin cậy về độ bền của dầm chịu uốn.

### 4.1. Bài toán dầm có một vết nứt và có $EI(x)$ , $m(x)$ ngẫu nhiên

#### 4.1. Bài toán dầm có một vết nứt, $EI(x)$ ngẫu nhiên

Dầm có một vết nứt tại giữa nhịp với độ cứng  $c_\phi$ . Xét 4 trường hợp liên kết tại nút 1 và 3 khác nhau có: dầm con son, dầm hai đầu khớp cố định, dầm một đầu ngàm một đầu khớp và dầm hai đầu ngàm. Từ bốn trường hợp tính toán, rút ra một số kết luận:

- Giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị nút lớn nhất ở trường hợp 1 (dầm con son) và nhỏ nhất ở dầm hai đầu ngàm khi cùng một giá trị tải trọng.
- Khi bỏ qua thành phần ngẫu nhiên, ta tính được giá trị tần số dao động riêng cho một số trường hợp dầm có liên kết khác nhau. Kết quả cho thấy trị số tần số dao động riêng khi dầm có vết nứt thường nhỏ hơn so với dầm không có vết nứt.
- Trị số giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị thay đổi theo tần số của lực kích thích. Ở những tần số có giá trị xấp xỉ bằng tần số dao động riêng xảy ra hiện tượng cộng hưởng.

#### 4.1.2. Khảo sát sự thay đổi chiều sâu vết nứt, tham số bé $\varepsilon$ , tần số lực kích thích $\omega$ đến chuyển vị và ứng lực

Khi khảo sát lấy vết nứt có độ cứng từ 123456kNm (tương ứng với độ sâu vết nứt  $a=5,37$ cm) đến giá trị 662910kNm (tương ứng với độ sâu vết nứt  $a=2,5$ cm); Tham số bé  $\varepsilon$  lấy từ 0 đến 0,3; Tần số lực kích thích lấy từ 0 đến 700rad/s. Trong luận án, các hình 4.5 đến 4.10 thể hiện kết quả khảo sát.

**Bảng 3.5. Ứng lực khi  $c_\phi=0, c_u = c_v=0, L1^*=L2^*=0,096m$**

Phần tử	Mặt cắt	SASF			TK.mw			Chênh M (%)
		M(kNm)	N(kN)	V(kN)	M(kNm)	N(kN)	V(kN)	
1	1	-5.4787	-15.593	-0.1803	-4.943	-15.6784	-0.372	9.783%
	3	-6.3800			-6.803			6.625%
2	3	6.3800	-10.180	15.5933	6.803	-10.372	15.6784	6.625%
	5	32.6029			32.393			0.643%
3	5	32.6029	-10.180	-24.4067	32.393	-10.372	24.3216	0.643%
	7	-28.4139			-28.411			0.012%
4	7	-28.4139	-24.407	10.1803	-28.411	-24.3216	10.372	0.012%
	9	22.4878			23.449			4.276%

**Bảng 3.6. Ứng lực khi  $c_\phi=45454,55kNm; c_u=c_v=0; L1^*=L2^*=0,096m$**

Phần tử	Mặt cắt	SASF			TK.mw			Chênh M (%)
		M(kNm)	N(kN)	V(kN)	M(kNm)	N(kN)	V(kN)	
1	1	-6.1906	-15.565	0.0902	-6.144	-15.65	0.0844	0.756%
	3	-5.7396			-5.722			0.312%
2	3	-5.7396	-9.910	15.565	-5.722	-10.084	15.6501	0.312%
	5	33.1730			32.982			0.577%
3	5	33.1730	-9.910	-24.435	32.982	-10.084	-24.34	0.576%
	7	-27.9144			-27.893			0.077%
4	7	-27.9144	-24.435	9.9098	-27.893	-24.3498	10.084	0.077%
	9	21.6346			22.529			4.135%

Các kết quả đạt được ở chương ba là:

1. Xây dựng thuật toán và chương trình phân tích kết cấu khung phẳng có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên trên nền Maple 12. Chương trình được lưu trong File dữ liệu TK.mw.
2. Chương trình TK.mw có khả năng tính toán cho kết cấu khung phẳng có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên trong kết cấu thể hiện ở ba tham số  $EI(x)$ ,  $EA(x)$  và  $m(x)$ . Kết quả của chương trình TK.mw là giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị nút và của ứng lực.
3. Kiểm tra độ tin cậy của chương trình TK.mw thông qua một số bài toán kết cấu có vết nứt và liên kết nửa cứng. So sánh với tính toán bằng SAP2000, với các kết quả nghiên cứu trước, với lời giải giải tích...cho thấy khá trùng nhau.
4. Đã tính toán kết cấu khung có liên kết nửa cứng chịu tải trọng động dưới dạng điều hòa.

Khai triển chi tiết các số hạng của MTĐCĐL  $D(\omega)$  ta được:

$$D_{ij}^u = \bar{D}_{ij}^{u(td)} + \sum_{k=1}^4 \sum_{r=1}^4 \Gamma_{ik}^u \Gamma_{jr}^u W_{kr}^u; D_{ij}^n = \bar{D}_{ij}^{n(td)} + \sum_{k=1}^2 \sum_{r=1}^2 \Gamma_{ik}^n \Gamma_{jr}^n W_{kr}^n \quad (2.97)$$

$$\bar{D}_{ij}^{u(td)} = \sum_{k=1}^4 \sum_{r=1}^4 \Gamma_{ik}^u(\omega) \Gamma_{jr}^u(\omega) \int_0^L \left[ \frac{-\omega^2 (e^{\beta+\gamma}) S_k^u(x, \omega) S_r^u(x, \omega)}{+ (e^\beta) \frac{d^2 S_k^u(x, \omega)}{dx^2} \frac{d^2 S_r^u(x, \omega)}{dx^2}} \right] dx, \quad (i, j = 1, \dots, 4) \quad (2.98a)$$

$$\bar{D}_{ij}^{n(td)} = \sum_{k=1}^2 \sum_{r=1}^2 \Gamma_{ik}^n(\omega) \Gamma_{jr}^n(\omega) \int_0^L \left[ \frac{-\omega^2 (e^{\beta+\gamma}) S_k^n(x, \omega) S_r^n(x, \omega)}{+ (e^\beta) \frac{d S_k^n(x, \omega)}{dx} \frac{d S_r^n(x, \omega)}{dx}} \right] dx, \quad (i, j = 1, 2) \quad (2.98b)$$

$$W_{kr}^u = \int_0^L \left[ \frac{-\omega^2 \varepsilon_2 g_2 (e^{\beta+\gamma}) S_k^u(x, \omega) S_r^u(x, \omega)}{+ \varepsilon_1 g_1 (e^\beta) \frac{d^2 S_k^u(x, \omega)}{dx^2} \frac{d^2 S_r^u(x, \omega)}{dx^2}} \right] dx, \quad (k, r = 1, \dots, 4) \quad (2.98c)$$

$$W_{kr}^n = \int_0^L \left[ \frac{-\omega^2 \varepsilon_2 g_2 (e^{\beta+\gamma}) S_k^n(x, \omega) S_r^n(x, \omega)}{+ \varepsilon_3 g_3 (e^\beta) \frac{d S_k^n(x, \omega)}{dx} \frac{d S_r^n(x, \omega)}{dx}} \right] dx, \quad (k, r = 1, 2) \quad (2.98d)$$

Viết lại (2.97) dưới dạng:

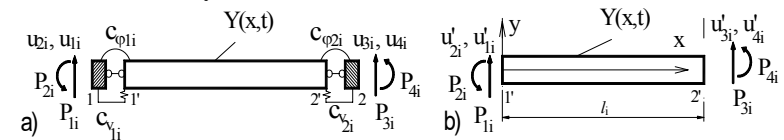
$$D_{ij}^u = \bar{D}_{ij}^{u(td)} + \sum_{l=1}^{10} [\psi_{ij}^{l(u)}(\omega)] X_l^u(\omega); D_{ij}^n = \bar{D}_{ij}^{n(td)} + \sum_{l=1}^{13} [\psi_{ij}^{l(n)}(\omega)] X_l^n(\omega) \quad (2.99)$$

$X_l^u(\omega), X_l^n(\omega), (l = 1, \dots, 13)$  là số ngẫu nhiên gọi là các “tích phân trọng số động lực” (Dynamic weighted integrals) theo [81] của hàm ngẫu nhiên  $g_1(x), g_2(x), g_3(x)$ , được tính như sau:

$$X_1 = W_{11}^u; X_2 = W_{12}^u; X_3 = W_{13}^u; X_4 = W_{14}^u; X_5 = W_{22}^u; X_6 = W_{23}^u; X_7 = W_{24}^u; X_8 = W_{33}^u; X_9 = W_{34}^u; X_{10} = W_{44}^u; X_{11} = W_{11}^n; X_{12} = W_{12}^n; X_{13} = W_{22}^n;$$

### 2.3. Phân tử thanh có liên kết nửa cứng và có tham số ngẫu nhiên

#### 2.3.1. Phân tử chịu uốn



Hình 2.5. Mô hình thanh chịu uốn có liên kết nửa cứng

Từ hình 2.5a), chuyển vị tổng có dạng:

$$u_i = u_i^c + u_i^d \quad (2.104)$$

ở đây  $u_i^c$  là chuyển vị của liên kết:  $u_i^c = P_i(t) / k_i \quad (2.105)$

Ký hiệu:  $c_{v1} = k_1; c_{\phi 1} = k_2; c_{v2} = k_3; c_{\phi 2} = k_4;$  (2.106)

Chuyển vị  $Y(x,t)$  được định nghĩa bằng bốn hàm dạng  $N_i(x,\omega)$  và chuyển vị nút  $u_i'(t)$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) theo thời gian t:

$$Y(x,t) = \{N(x,\omega)\} \{u(t) - Z_u(t)\} = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{bmatrix} u_1'(t) \\ u_2'(t) \\ u_3'(t) \\ u_4'(t) \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

Mặt khác ta có:  $P_1(t) = \frac{\partial}{\partial x} \left[ EI_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} Y(x,t) \right] \Big|_{x=0}$  (2.109a)

$P_2(t) = -EI_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} Y(x,t) \Big|_{x=0}$  (2.109b);  $P_3(t) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ EI_0 \frac{\partial^2}{\partial x^2} Y(x,t) \right] \Big|_{x=L}$  (2.109c)

$P_4(t) = EI_0(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} Y(x,t) \Big|_{x=L}$  (2.109d)

Từ (2.109a,b,c,d) ta nhận được ma trận:

$$[Q_T] \cdot \{P(t)\} = [Q_P] \cdot \{u(t)\} \quad (2.112)$$

Đặt:  $[Q_G] = [Q_T]^{-1} [Q_P]$  (2.117)

Ma trận B nhận được từ ma trận  $Q_G$ :

$$[B] = - \begin{bmatrix} Q_{G11} / k_1 & Q_{G12} / k_1 & Q_{G13} / k_1 & Q_{G14} / k_1 \\ Q_{G21} / k_2 & Q_{G22} / k_2 & Q_{G23} / k_2 & Q_{G24} / k_2 \\ Q_{G31} / k_3 & Q_{G32} / k_3 & Q_{G33} / k_3 & Q_{G34} / k_3 \\ Q_{G41} / k_4 & Q_{G42} / k_4 & Q_{G43} / k_4 & Q_{G44} / k_4 \end{bmatrix} \quad (2.119)$$

Khi đó ta có:  $\{Z_u(t)\} = -[B] \{u(t)\}$  (2.120)

Chuyển vị  $Y(x,t)$  biểu diễn qua các chuyển vị  $u_1(t), u_2(t), u_3(t), u_4(t)$ :

$$Y(x,t) = \{N(x,\omega)\} ([I] + [B]) \{u(t)\} \quad (2.121)$$

Tính động năng của phần tử dầm theo công thức:

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{u}(t)\}^T [I + B^T] \left( \int_0^L m(x) \cdot \{N(x,\omega)\}^T \{N(x,\omega)\} dy \right) [I + B] \{\dot{u}(t)\} \quad (2.123)$$

Thế năng của dầm gồm: thành phần thứ nhất, do biến dạng đàn hồi, bằng:

$$V_v = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left( \frac{\partial^2 Y(x,t)}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.124)$$

Thành phần thứ hai, là do liên kết nửa cứng, bằng:

Xét khung phẳng như trên hình 3.20. Kết quả tính giá trị kỳ vọng của chuyển vị và ứng lực so sánh với tính bằng các phương pháp khác là tương đối nhỏ (bảng 3.1, 3.2, 3.3).

Bảng 3.1: So sánh chuyển vị

Bảng 3.2: So sánh ứng lực

TT	Theo TK.mw	Theo Sap2000	Lệch 2 PP
7	5.98066E-05	0.00005981	0.01%
8	5.40182E-05	0.00005454	0.97%
9	1.02967E-05	0.00001029	0.07%
10	0.000300777	0.0003198	6.32%
13	5.98066E-05	0.00005981	0.01%
14	-5.40182E-05	-0.00005454	0.97%
15	-1.02967E-05	-0.00001029	0.07%

TT ứng lực	Theo TK.mw	Theo Sap2000	Lệch 2 PP
1	-9.642447859	-9.4646	1.84%
2	-6.21504215	-6.2255	0.17%
3	44.20471633	44.205	0.00%
7	-10.35755214	-10.354	0.03%
8	7.645250714	7.6399	0.07%
9	-12.94728153	-12.947	0.00%

Bảng 3.3: So sánh giá trị kỳ vọng của chuyển vị theo TK.mw và giải tích

TT	Tính theo TK.mw	Theo Sap2000	Lệch 2 PP
7	0.009516729	Không có kết quả tính	
8	0.003830328	0.003819	0.30%
9	-0.010918955	Không có kết quả tính	
10	0.422347925	Không có kết quả tính	
13	0.00953089	Không có kết quả tính	
14	-0.003943615	-0.003909	0.88%
15	-0.011738431	Không có kết quả tính	

3.3.8. Kiểm tra kết quả tính khung phẳng có liên kết nửa cứng

So sánh kết quả khi tính toán bằng TK.mw với SASF [41] ở bảng 3.4, 3.5, 3.6 cho thấy có sự sai khác nhỏ.

Bảng 3.4. Ứng lực khi  $c_\phi=0, c_u = c_v=0, L1^*=L2^*=0$

Phần tử	Mặt cắt	SASF			TK.mw			Chênh M (%)
		M(kNm)	N(kN)	V(kN)	M(kNm)	N(kN)	V(kN)	
1	1	-6.2417	-15.734	0.0721	-6.0503	-15.725	0.0215	3.066%
	2	-5.8819			-5.9429			1.037%
2	2	-5.8819	-9.928	15.734	-5.9430	-9.9785	15.7248	1.039%
	3	33.4533			33.3691			0.252%
3	3	33.4533	-9.928	-24.266	33.3691	-9.9785	-24.2752	0.252%
	4	-27.2166			-27.3188			0.376%
4	4	-27.2166	-24.265	9.928	-27.3188	-24.2752	9.9785	0.376%
	5	22.4286			22.5737			0.647%

3. Dùng khai triển Neumann để tìm nghịch đảo MTĐCĐL ngẫu nhiên của kết cấu. Từ đó nhận được giá trị kỳ vọng và phương sai của chuyển vị và ứng lực trong kết cấu.

### Chương 3. CHƯƠNG TRÌNH PHÂN TÍCH NGẪU NHIÊN

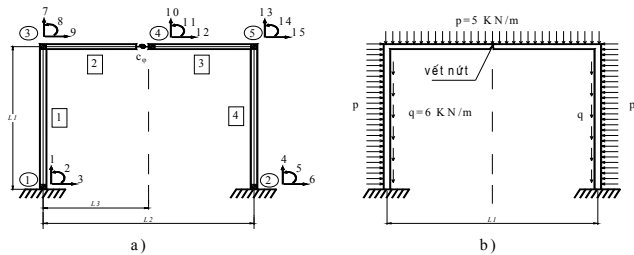
#### HỆ THANH PHẪNG CÓ LIÊN KẾT NỬA CỨNG THEO PHƯƠNG PHÁP MA TRẬN ĐỘ CỨNG ĐỘNG LỰC

Nội dung của chương ba là xây dựng thuật toán và chương trình tính khung phẳng có vết nứt, liên kết nửa cứng và tham số ngẫu nhiên. Chương trình lập ra có tên TK.mw, được viết trên nền chương trình Maple12, có khả năng phân tích trạng thái ứng suất, biến dạng của thanh có vết nứt, liên kết nửa cứng và các tham số ngẫu nhiên  $EI(x)$ ,  $EA(x)$  và  $m(x)$ . Kiểm tra kết quả đầu vào và đầu ra ở mục 3.1. So sánh giá trị kỳ vọng của chuyển vị và ứng lực với một số mô hình tính được trình bày ở mục 3.3.2-3.3.6, 3.3.7, 3.3.8.

#### 3.3.2-3.3.6. Kiểm tra kết quả tính toán dầm có vết nứt chịu tải trọng và liên kết khác nhau

Kết quả kiểm tra trong bốn sơ đồ: Dầm có vết nứt chịu lực phân bố; Chịu lực tập trung; Chịu mômen tập trung; Chịu tải trọng phân bố cho thấy: giá trị kỳ vọng của chuyển vị và ứng lực tính bằng TK.mw so với tính toán giải tích trong [10] đã trùng nhau.

#### 3.3.7. Kiểm tra kết quả tính khung phẳng có vết nứt



Hình 3.20. Khung có vết nứt

$$V_c = \frac{1}{2}k_1[u_1^c]^2 + \frac{1}{2}k_2[u_2^c]^2 + \frac{1}{2}k_3[u_3^c]^2 + \frac{1}{2}k_4[u_4^c]^2 \quad (2.125)$$

$$\text{Từ (2.128):} \quad u_i^c = \frac{P_i(t)}{k_i} = -\{B_i\}\{u(t)\} \quad (2.127)$$

Thay (2.127) vào (2.125), ta được:

$$V_c = \frac{1}{2}\{u(t)\}^T [k_1 B_1^T B_1 + k_2 B_2^T B_2 + k_3 B_3^T B_3 + k_4 B_4^T B_4] \{u(t)\} \quad (2.128)$$

$$\text{Đặt:} \quad [K_{V_c}] = [k_1 B_1^T B_1 + k_2 B_2^T B_2 + k_3 B_3^T B_3 + k_4 B_4^T B_4] \quad (2.129)$$

Như vậy thế năng toàn phần được viết như sau:

$$V = V_v + V_c = \frac{1}{2}\{u(t)\}^T \left( [I + B^T] \left[ \int_0^l EI(x) \{N^*(x, \omega)\}^T \{N^*(x, \omega)\} dx \right] [I + B] + [K_{V_c}] \right) \{u(t)\} \quad (2.130)$$

Thay (2.146), (2.153) vào Phương trình Lagrange loại II rồi khai triển theo các tọa độ nút, ta được hệ phương trình:

$$[I + B^T][I_{ij}][I + B]\{\ddot{u}\} + [I + B^T][J_{ij}][I + B] + [K_{V_c}]\{u\} = \{0\} \quad (2.132)$$

ở đây  $[I_{ij}]$ ,  $[J_{ij}]$  tính theo công thức (2.92).

Đối với dao động điều hòa thì  $u_i(t) = u(\omega)e^{j\omega t}$ , khi đó ta nhận được MTĐCĐL của phần tử chịu uốn có liên kết nửa cứng như sau:

$$[D^{u(LK)}] = [I + B^T][D^u(\omega)][I + B] + [K_{V_c}] \quad (2.133)$$

ở đây:  $[D_u(\omega)]$  – MTĐCĐL của phần tử chịu uốn không có liên kết nửa cứng xác định theo công thức (2.96).

#### 2.3.2. Phần tử chịu kéo (nén)

Tương tự như phần tử chịu uốn, đối với phần tử chịu kéo (nén) ta cũng xác định ma trận B, ma trận  $K_{V_c}$ . MTĐCĐL của phần tử kéo (nén) là:

$$[D^{n(LK)}] = [I + B^T][D^n(\omega)][I + B] + [K_{V_c}] \quad (2.163)$$

ở đây:  $[D^n(\omega)]$  là MTĐCĐL của phần tử chịu kéo nén không có liên kết nửa cứng xác định theo công thức (2.96).

#### 2.3.3. Phần tử chịu uốn và kéo (nén)

MTĐCĐL của phần tử chịu uốn và kéo (nén) có kích thước  $6 \times 6$ :

$$[D^{LK}] = \begin{bmatrix} D_{11}^{u(LK)} & D_{12}^{u(LK)} & 0 & D_{13}^{u(LK)} & D_{14}^{u(LK)} & 0 \\ D_{21}^{u(LK)} & D_{22}^{u(LK)} & 0 & D_{23}^{u(LK)} & D_{24}^{u(LK)} & 0 \\ 0 & 0 & D_{11}^{n(LK)} & 0 & 0 & D_{12}^{n(LK)} \\ D_{31}^{u(LK)} & D_{32}^{u(LK)} & 0 & D_{33}^{u(LK)} & D_{34}^{u(LK)} & 0 \\ D_{41}^{u(LK)} & D_{42}^{u(LK)} & 0 & D_{43}^{u(LK)} & D_{44}^{u(LK)} & 0 \\ 0 & 0 & D_{21}^{n(LK)} & 0 & 0 & D_{22}^{n(LK)} \end{bmatrix} \quad (2.164)$$

### 2.3.4. Phần tử thanh có liên kết nửa cứng và có vùng cứng

MTĐCĐL phần tử có liên kết nửa cứng có kể đến vùng cứng:

$$[D] = [H_e]^T [D^{LK}] [H_e] \quad (2.168)$$

### 2.4. Xác định véc tơ lực nút tương đương của phần tử thanh có liên kết nửa cứng và tham số ngẫu nhiên

#### 2.4.1. Phần tử thanh có liên kết nửa cứng

$$\{\text{Lực nút PTL2}\} = [I+B]^T \{\text{lực nút PTL1}\} \quad (2.169)$$

#### 2.4.2. Phần tử có liên kết nửa cứng và có kể đến vùng cứng

$$\{\text{Lực nút PTL3}\} = [H_e]^T [I+B]^T \{\text{lực nút PTL1}\} \quad (2.170)$$

### 2.5. MTĐCĐL trong tọa độ chung

Tương quan giữa ma trận ngẫu nhiên của 2 phần tử chịu uốn:

$$\langle \Delta D_{G_{pq}}^{e_u}(\omega) \Delta D_{G_{rs}}^{e_v}(\omega) \rangle = \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=1}^{10} \sum_{k=1}^4 \sum_{l=1}^4 \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 T_{kp}^{e_u} T_{lq}^{e_u} T_{mr}^{e_v} T_{ns}^{e_v} [w_{kl}^j]^{e_u} [w_{mn}^j]^{e_v} \text{Cov}(X_i^{e_u}, X_j^{e_v})$$

ở đây  $X_i^{e_u}, X_j^{e_v}$  là các tích phân trọng số khi uốn được xác định theo công thức (2.98c) và (2.102); Hàm  $\text{Cov}(X_i^{e_u}, X_j^{e_v})$  được định nghĩa:

$$\text{Cov}(X_i^{e_u}, X_j^{e_v}) = \langle W_{kr}^{e_u} W_{pq}^{e_v} \rangle = Iu_{11} + Iu_{12} + Iu_{22} \quad (2.175)$$

trong đó:

$$Iu_{11} = \omega^4 \varepsilon_2^{e_u} \varepsilon_2^{e_v} \int_0^{L_u} \int_0^{L_v} \{ e_u^{\beta+\gamma} e_v^{\beta+\gamma} s_k^{e_u}(x_1) s_r^{e_u}(x_1) s_p^{e_v}(x_2) s_q^{e_v}(x_2) R_{11}^{e_u e_v}(x_1, x_2) \} dx_1 dx_2$$

$$Iu_{12} = -\omega^2 \varepsilon_1^{e_u} \varepsilon_2^{e_v} \int_0^{L_u} \int_0^{L_v} \left\{ \begin{aligned} & e_u^{\beta+\gamma} e_v^{\beta} s_k^{e_u}(x_1) s_r^{e_u}(x_1) \frac{d^2 s_p^{e_v}(x_2)}{dx_2^2} \frac{d^2 s_q^{e_v}(x_2)}{dx_2^2} + \\ & e_v^{\beta+\gamma} e_u^{\beta} \frac{d^2 s_k^{e_u}(x_1)}{dx_1^2} \frac{d^2 s_r^{e_u}(x_1)}{dx_1^2} s_p^{e_v}(x_2) s_q^{e_v}(x_2) \end{aligned} \right\} R_{12}^{e_u e_v}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

$$Iu_{22} = \varepsilon_1^{e_u} \varepsilon_1^{e_v} \int_0^{L_u} \int_0^{L_v} \left\{ e_u^{\beta} e_v^{\beta} \frac{d^2 s_k^{e_u}(x_1)}{dx_1^2} \frac{d^2 s_r^{e_u}(x_1)}{dx_1^2} \frac{d^2 s_p^{e_v}(x_2)}{dx_2^2} \frac{d^2 s_q^{e_v}(x_2)}{dx_2^2} + \right\} R_{22}^{e_u e_v}(x_1, x_2) dx_1 dx_2$$

Tương tự ta có hàm tương quan cho phần tử chịu kéo nén (2.179).

## 2.6. Lựa chọn phương pháp giải bài toán ĐLH ngẫu nhiên

### 2.6.1-2. Nghịch đảo MTĐCĐL, PP khai triển Neumann

Sử dụng khai triển Neumann [81], ta có:

$$K^{-1} = [K^0 + \Delta K]^{-1} = [K^0 (I_n + K^{0-1} \Delta K)]^{-1} = \quad (2.190)$$

$$= K^{0-1} - K^{0-1} \Delta K K^{0-1} + K^{0-1} \Delta K K^{0-1} \Delta K K^{0-1} + \dots$$

Do đó:  $\{Z\} = [K]^{-1} \{F\} = \{Z^0\} - [T] \{Z^0\} + [T]^2 \{Z^0\} + \dots$  (2.191)

### 2.6.3. Xác định biểu thức kỳ vọng và phương sai chuyển vị nút

$$\text{Kỳ vọng:} \quad E[Z] = \{Z^0\} \quad (2.192)$$

Phương sai, đồng phương sai:

$$\text{Cov}[Z^T, Z] = E[(Z - Z^0)(Z - Z^0)^T] = E[K^{0-1} \Delta K Z^0 (Z^0)^T \Delta K^T K^{0-1}] = \quad (2.193)$$

$$= K^{0-1} E[\Delta K Z^0 (Z^0)^T \Delta K] K^{0-1}$$

### 2.6.4. Xác định biểu thức kỳ vọng và phương sai của ứng lực

$$\text{Kỳ vọng của ứng lực:} \quad E[NL] = \bar{D}^e(\omega) Z^{0e} \quad (2.196)$$

Phương sai, hiệp phương sai của ứng lực:

$$\text{Cov}[NL] = E[(NL - E[NL])(NL - E[NL])^T] = \quad (2.197)$$

$$= E[(\bar{D}^e(\omega) \Delta Z^e + \Delta D^e(\omega) Z^{0e})(\bar{D}^e(\omega) \Delta Z^e + \Delta D^e(\omega) Z^{0e})^T]$$

## 2.7. Kết luận của chương 2

1. Thiết lập được MTĐCĐL ngẫu nhiên và véc tơ lực quy về nút của phần tử thanh chịu kéo (nén), uốn khi có liên kết nửa cứng và tham số EI, EA, m ngẫu nhiên. Liên kết nửa cứng được xác định thông qua các ma trận B và  $K_{Vc}$ . Khi độ cứng của lò xo đàn hồi lớn vô cùng, nhận lại được MTĐCĐL của phần tử thanh có liên kết cứng.
2. Khi vùng cứng có chiều dài bằng không, ta có mô hình phần tử thanh chịu kéo (nén) và uốn có vết nứt với MTĐCĐL theo (2.164). Kể đến ảnh hưởng của vùng cứng, ta xác định được MTĐCĐL theo (2.168) sau khi nhân MTĐCĐL của phần tử không có vùng cứng (2.164) với ma trận quan hệ  $H_e$  (2.167).