На правах рукописи

НГУЕН ТХИ ХОАЙ

Асимптотическое решение сингулярно возмущённых линейно – квадратичных задач оптимального управления с разрывными коэффициентами

01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Автореферат диссертации

на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Воронеж — 2010

Работа выполнена на кафедре математики Воронежской государственной лесотехнической академии

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор **Курина Галина Алексеевна**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор **Дмитриев Михаил Геннадьевич**,

доктор физико-математических наук,
профессор **Задорожний Владимир Григорьевич**

Ведущая организация: Тамбовский государственный университет имени Г. Р. Державина

Защита состоится 21 декабря 2010 года в 15 час. 10 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.038.22 при Воронежском государственном университете по адресу: 394006, г. Воронеж, Университетская пл., 1, ауд. 335.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Воронежского государственного университета.

Автореферат разослан “ ____ “ ноября 2010 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.038.22
доктор физ.-мат. наук, профессор Гликлих Ю. Е.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Разрывные системы часто используются для моделирования сложных систем управления. Условия оптимальности управления для различных классов таких систем получены, например в работах Захарова Г. К. (1981), Леллепа Я. (1981), Ащепкова Л. Т. (1987), Дмитрука А. В. и Кагановича А. М. (2008). Полученные условия применялись для решения многих содержательных инженерно – технических задач, формулируемых в терминах разрывных систем.

В течение второй половины прошлого века не ослабевает интерес математиков, занимающихся асимптотическими методами, к дифференциальным уравнениям, содержащим малый параметр при старшей производной, так называемым сингулярно возмущенным уравнениям. Этот интерес вызван потребностями практики, где возникают подобного рода уравнения. Основополагающие результаты для таких уравнений были получены А. Н. Тихоновым и А. Б. Васильевой.

Методы теории сингулярно возмущенных уравнений естественным образом используются для сингулярно возмущенных задач оптимального управления путем асимптотического анализа краевых задач, вытекающих из условий оптимальности управления (см., например, обзоры Кокотовича П. В. (Kokotovic P. V.), О'Мэлли Р. Е. (O'Malley R. E. Jr.), Саннути П. (Sannuti P.) (1976), Васильевой А. Б., Дмитриева М. Г. (1982), Куриной Г. А. (1992), Нэйди Д. С. (Naidu D. S.) (2002), Дмитриева М. Г., Куриной Г. А. (2006)).

Для построения первого приближения в задаче управления нелинейными слабоуправляемыми системами при наличии ограничений на управление типа замкнутых неравенств Черноусько Ф. Л. (1968) использовал непосредственную подстановку в условия задачи постулируемого асимптотического разложения решения. Этот подход получил развитие в работах Белокопытова С. В. и Дмитриева М. Г. (1986, 1989), посвященных исследованию сингулярно возмущенных непрерывных задач оптимального управления в случае отсутствия ограничений на управление, и был назван ими прямой схемой. При таком подходе учитывается вариационная природа исходной задачи. Существенным преимуществом является также возможность доказать невозрастание значений минимизируемого функционала при использовании нового приближения оптимального управления и использовать пакеты программ для решения задач оптимального управления, чтобы найти члены асимптотического разложения. Обзор работ, посвященных применению прямой схемы в различных задачах, приведен в статье Дмитриева М. Г. и Куриной Г. А. (Сингулярные возмущения в задачах управления. Автоматика и телемеханика. 2006. № 1. – С. 3 – 51).

Для построения асимптотики решения сингулярно возмущенной линейно - квадратичной задачи управления без ограничений на управление может быть использован вид оптимального управления в форме обратной связи и асимптотика решения матричного дифференциального уравнения Риккати, с помощью которого строится оптимальное управление в форме обратной связи. При этом нет необходимости решать двухточечные краевые задачи (см. например, работы Кокотовича П. В. (Kokotovic P. V.) и Джэкела Р. А. (Yackel R. A.) (1972, 1973), Глизера В. Я. и Дмитриева М. Г. (1978)).

Отметим, что ранее асимптотический анализ сингулярно возмущенных линейно - квадратичных задач проводился только в случае непрерывных коэффициентов.

Цель работы. Целью диссертационной работы является построение асимптотики решений сингулярно возмущенных линейно – квадратичных задач оптимального управления с разрывными коэффициентами двумя способами: используя прямую схему и вид оптимального управления в форме обратной связи.

Методика исследований. Для построения асимптотического решения сингулярно возмущенных линейно - квадратичных задач оптимального управления в диссертации используются прямая схема и вид оптимального управления в форме обратной связи. Также применяются классические методы дифференциального исчисления функций многих переменных и теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Научная новизна. Двумя способами при разных условиях впервые построено асимптотическое решение сингулярно возмущенных линейно - квадратичных задач оптимального управления с разрывными в промежуточной точке коэффициентами. В обоих случаях получены оценки близости приближенного асимптотического решения к точному решению возмущенной задачи по управлению, траектории и функционалу.

Решение, построенное при помощи прямой схемы, содержит функции погранслоя четырёх типов. Найдены задачи оптимального управления, которым удовлетворяют коэффициенты асимптотического разложения решения. Для этих задач получены необходимые и достаточные условия оптимальности управления и доказана однозначная разрешимость. Установлено невозрастание значений минимизируемого функционала при использовании следующего асимптотического приближения оптимального управления.

Получен вид оптимального управления в форме обратной связи для рассматриваемого класса задач. Построена асимптотика непрерывного решения возникающей при этом задачи для сингулярно возмущенного матричного дифференциального уравнения Риккати с разрывными в промежуточной точке коэффициентами. Используя эту асимптотику, строится асимптотика оптимального управления в форме обратной связи.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертация носит теоретический характер. Полученные в работе результаты могут быть применены для асимптотического анализа конкретных математических моделей оптимального управления с малым параметром. Они также могут быть использованы в учебном процессе при чтении спецкурсов и в научных исследованиях.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих семинарах и конференциях: семинары в ВГУ, ВГЛТА под руководством Куриной Г. А. (Воронеж, 2008 - 2010); Воронежская весенняя математическая школа "Понтрягинские чтения" (Воронеж, 2010); Воронежская зимняя математическая школа (Воронеж, 2009, 2010); научные чтения Российского государственного социального университета (Руза, 2009, 2010), международная конференция "Control and Optimization with Differential - Algebraic Constraints" (Банфф, 2010)

Публикации. Основные результаты, изложенные в диссертации, опубликованы в работах [1] – [6]. Из совместных работ в диссертацию вошли только полученные автором результаты. Работа [1] опубликована в издании, соответствующем списку ВАК РФ.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка цитируемой литературы из 35 наименований. Общий объем диссертации – 125 стр. Изложение проиллюстрировано компьютерной графикой (9 рисунков), выполненной при помощи вычислительно – программного комплекса Maple.

Краткое содержание работы

Диссертация посвящена асимптотическому решению задачи P_ε, заключающейся в минимизации функционала

$$J_\varepsilon(u) = \frac{1}{2}\langle \overset{(2)}{z}(T,\varepsilon), \mathbb{F}(\varepsilon)\overset{(2)}{z}(T,\varepsilon)\rangle +$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\int_{t_{j-1}}^{t_j}\left(\left\langle \overset{(j)}{z}(t,\varepsilon), \overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{z}(t,\varepsilon)\right\rangle + \left\langle \overset{(j)}{u}(t,\varepsilon), \overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{u}(t,\varepsilon)\right\rangle\right)dt \tag{1}$$

на траекториях системы

$$\mathbb{E}(\varepsilon)\dot{\overset{(j)}{z}}(t,\varepsilon) = \overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{z}(t,\varepsilon) + \overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{u}(t,\varepsilon), \quad t\in[t_{j-1},t_j], \quad j=1,2, \tag{2}$$
$$\overset{(1)}{z}(0,\varepsilon) = z^0, \qquad \overset{(2)}{z}(t_1,\varepsilon) = \overset{(1)}{z}(t_1,\varepsilon). \tag{3}$$

Здесь $0 = t_0 < t_1 < t_2 = T$, значения $t_j (j = 0,1,2)$ фиксированы; $\mathbb{E}(\varepsilon) = diag(I, \varepsilon I)$, I - единичная матрица, $z = (x', y')'$, штрих означает транспонирование, $\overset{(j)}{x} = \overset{(j)}{x}(t,\varepsilon) \in R^n$, $\overset{(j)}{y} = \overset{(j)}{y}(t,\varepsilon) \in R^m$, $\overset{(j)}{u} = \overset{(j)}{u}(t,\varepsilon) \in R^r$; угловые скобки означают скалярное произведение в соответствующих пространствах, $\varepsilon \geq 0$ - малый параметр, точка сверху означает дифференцирование по t, соответствующих размеров матрицы $\mathbb{F}(\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)$ являются достаточно гладкими при всех $t \in [t_{j-1}, t_j]$ и $\varepsilon \geq 0$, матрицы $\mathbb{F}(\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,\varepsilon)$ и $\overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,\varepsilon)$ симметричны, $\mathbb{F}(\varepsilon) = \begin{pmatrix} F_1(\varepsilon) & \varepsilon F_2(\varepsilon) \\ \varepsilon F_2(\varepsilon)' & \varepsilon F_3(\varepsilon)\end{pmatrix} \geq 0$ при достаточно малых ε, $\overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,0) > 0$, $\overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,0) > 0$ при всех $t \in [t_{j-1}, t_j]$, $j = 1,2$.

В качестве допустимых управлений $u(t,\varepsilon)$ выбираются кусочно - непрерывные функции, состоящие из непрерывных функций $\overset{(1)}{u}(t,\varepsilon)$, $t \in [t_0, t_1]$, и $\overset{(2)}{u}(t,\varepsilon)$, $t \in [t_1, t_2]$. При этом для $\varepsilon > 0$ рассматривается непрерывная соответствующая траектория $z(t,\varepsilon)$, составленная из непрерывных функций $\overset{(1)}{z}(t,\varepsilon)$, $\overset{(2)}{z}(t,\varepsilon)$, которые являются решением задачи (2) - (3).

Если положить в уравнении состояния значение параметра равным нулю, то порядок уравнения понижается и решение упрощенного таким образом уравнения не может удовлетворить всем дополнительным условиям, поставленным для исходного уравнения. Кроме этого, быстрая составляющая траектории состояния вырожденного уравнения является в общем случае разрывной функцией, хотя траектории состояния возмущенной задачи непрерывны.

Далее через $D_k(t)$ будем обозначать коэффициент при ε^k в разложении некоторой матрицы $D(t,\varepsilon)$ по степеням ε, а через c - не зависящую от t, ε положительную постоянную.

Во введении представлен краткий обзор работ, относящихся к теме диссертации, и дано краткое описание диссертации по главам.

В первой главе для построения асимптотики решения задачи (1) – (3) при $\mathbb{F}(\varepsilon) = 0$ используется прямая схема .

Представим $\overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)$ соответственно в виде $\begin{pmatrix} \overset{(j)}{A}_1(t,\varepsilon) & \overset{(j)}{A}_2(t,\varepsilon) \\ \overset{(j)}{A}_3(t,\varepsilon) & \overset{(j)}{A}_4(t,\varepsilon) \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} \overset{(j)}{B}_1(t,\varepsilon) \\ \overset{(j)}{B}_2(t,\varepsilon) \end{pmatrix}$. Обозначим через $\overset{(j)}{\lambda}_i(t)$ собственные значения матриц $\overset{(j)}{A}_{40}(t)$.

В этой главе предполагается, что выполнено условие

1^0. $\mathrm{Re}\overset{(j)}{\lambda}_i(t) < 0$, $i = \overline{1,m}$, $t \in [t_{j-1}, t_j]$, $j = 1, 2$.

Приводятся условия оптимальности управления и доказывается однозначная разрешимость задачи P_ε. Оптимальное управление для этой задачи при достаточно малых $\varepsilon > 0$ имеет следующий вид:

$$\overset{(j)}{u}_*(t,\varepsilon) = \overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,\varepsilon)^{-1}\overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)'\overset{(j)}{\zeta}(t,\varepsilon), \quad t \in [t_{j-1}, t_j], \quad j = 1, 2, \tag{4}$$

где $\overset{(j)}{\zeta}(\cdot,\varepsilon)$ *- решение задачи*

$$\mathbb{E}(\varepsilon)'\dot{\overset{(j)}{\zeta}}(t,\varepsilon) = \overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{z_*}(t,\varepsilon) - \overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)'\overset{(j)}{\zeta}(t,\varepsilon), \ \ t \in [t_{j-1}, t_j], \ j = 1, 2, \tag{5}$$

$$\overset{(2)}{\zeta}(T,\varepsilon) = 0, \ \overset{(1)}{\zeta}(t_1,\varepsilon) = \overset{(2)}{\zeta}(t_1,\varepsilon), \tag{6}$$

$\overset{(j)}{z_*}(\cdot,\varepsilon)$ *- траектория системы* (2), (3), *соответствующая* $\overset{(j)}{u} = \overset{(j)}{u}_*$.

Далее выводятся необходимые и достаточные условия оптимальности управления и доказывается однозначная разрешимость четырёх типов линейно - квадратичных задач, возникающих при построении методом прямой схемы асимптотики решения задачи P_ε.

По сравнению со стандартной линейно - квадратичной задачей имеются три особенности в задаче первого типа. Во - первых, траектория системы задается двумя разными уравнениями на двух промежутках. Во - вторых, критерий качества зависит от значений траектории состояния справа и слева от промежуточной точки. В третьих, перед производной в уравнении состояния стоит необратимый оператор.

Путём решения задач второго, третьего и четвертого типов будут находиться функций погранслоя, входящие в асимптотическое разложение решения задачи P_ε. Аргумент в задаче второго типа изменяется на промежутке

$[0,+\infty)$, в задаче третьего типа – на $(-\infty,+\infty)$ и в задаче четвёртого типа – на $(-\infty,0]$.

Асимптотика решения задачи P_ε ищется в виде рядов

$$\overset{(j)}{v}(t,\varepsilon)=\sum_{i\geq 0}\varepsilon^i\overset{(j)}{v}_i(t,\varepsilon)=\sum_{i\geq 0}\varepsilon^i(\overset{(j)}{\overline{v}}_i(t)+\overset{(j)}{\Pi}_i v(\tau_{j-1})+\overset{(j)}{Q}_i v(\tau_j)),\ j=1,2, \quad (7)$$

где $v=(u',z')'$, символы $\overset{(j)}{\Pi}$ означают функции погранслоя экспоненциального типа вблизи левых концов промежутков $[0,t_1]$ и $[t_1,T]$, а $\overset{(j)}{Q}$ - функции погранслоя экспоненциального типа вблизи правых концов этих же промежутков, $\tau_0=\frac{t}{\varepsilon}$, $\tau_1=\frac{t-t_1}{\varepsilon}$, $\tau_2=\frac{t-T}{\varepsilon}$.

Разложения (7) подставляются в (1) - (3), подынтегральная функция в (1) и правые части в (2) представляются в виде асимптотической суммы слагаемых, зависящих от t,τ_0,τ_1,τ_2. Затем в (2), (3) приравниваются коэффициенты при одинаковых степенях ε, отдельно зависящие от t,τ_0,τ_1,τ_2. Получаются соотношения для коэффициентов рядов (7). Минимизируемый функционал (1) представляется в виде

$$J_\varepsilon(u)=\sum_{i=0}^{\infty}\varepsilon^i J_i. \quad (8)$$

Далее для разложения произвольной функции $h=h(\varepsilon)$ в ряд по степеням ε через $[h]_n$ обозначается коэффициент при ε^n, а через $\{h\}_{n-1}$ - сумма первых членов разложения до номера $n-1$ включительно. Через $\widetilde{v}_n(t,\varepsilon)$ обозначается функция, составленная из $\{\overset{(1)}{v}(t,\varepsilon)\}_n$, $t\in[0,t_1]$ и $\{\overset{(2)}{v}(t,\varepsilon)\}_n$, $t\in[t_1,T]$. Также используются обозначения

$$\overset{(j)}{\widetilde{\overline{v}}}_n(t,\varepsilon)=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i\overset{(j)}{\overline{v}}_i(t),\ \overset{(j)}{\widetilde{\Pi}}_n v(\tau_{j-1},\varepsilon)=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i\overset{(j)}{\Pi}_i v(\tau_{j-1}),\ \overset{(j)}{\widetilde{Q}}_n v(\tau_j,\varepsilon)=\sum_{i=0}^{n}\varepsilon^i\overset{(j)}{Q}_i v(\tau_j),$$

$$\overset{(j)}{f}(\overset{(j)}{z},\overset{(j)}{u},t,\varepsilon)=\overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{z}+\overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{u},\ \overset{(j)}{g}(\overset{(j)}{u},\overset{(j)}{\omega},t,\varepsilon)=\overset{(j)}{\mathbb{R}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{u}-\overset{(j)}{\mathbb{B}}(t,\varepsilon)'\overset{(j)}{\omega},$$

$$\overset{(j)}{q}(\overset{(j)}{z},\overset{(j)}{\omega},t,\varepsilon)=\overset{(j)}{\mathbb{W}}(t,\varepsilon)\overset{(j)}{z}-\overset{(j)}{\mathbb{A}}(t,\varepsilon)'\overset{(j)}{\omega}.$$

Для коэффициентов регулярных и погранслойных рядов в разложении (7) имеем уравнения

$$[\,\mathbb{E}(\varepsilon)\dot{\overset{(j)}{\overline{z}}}(t,\varepsilon)]_i=\overset{(j)}{\mathbb{A}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{z}}_i+\overset{(j)}{\mathbb{B}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{u}}_i+[\overset{(j)}{\widehat{\overline{f}}}_{i-1}]_i,\ t\in[t_{j-1},t_j],\ j=1,2, \quad (9)$$

$$\frac{d\overset{(j)}{\Pi}_i z}{d\tau_{j-1}}=E_2(\overset{(j)}{\mathbb{A}}_0(t_{j-1})\overset{(j)}{\Pi}_i z+\overset{(j)}{\mathbb{B}}_0(t_{j-1})\overset{(j)}{\Pi}_i u+[\overset{(j)}{\widehat{\Pi}}_{i-1}f]_i)\ +E_1[\overset{(j)}{\widehat{\Pi}}_{i-1}f]_{i-1}, \quad (10)$$

$$\frac{d\overset{(j)}{Q}_i z}{d\tau_j} = E_2(\overset{(j)}{\mathbb{A}}_0(t_j)\overset{(j)}{Q}_i z + \overset{(j)}{\mathbb{B}}_0(t_j)\overset{(j)}{Q}_i u + [\overset{(j)}{\widehat{Q}}_{i-1} f]_i) + E_1[\overset{(j)}{\widehat{Q}}_{i-1} f]_{i-1}, \qquad (11)$$

где $\overset{(j)}{\widehat{f}}_{i-1}$ является значением функции $\overset{(j)}{f}$ при $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{\overline{v}}}_{i-1}(t,\varepsilon)$, $E_1 = diag(I,0)$, $E_2 = diag(0,I)$, $\overset{(j)}{\widehat{\Pi}}_{i-1} f$ и $\overset{(j)}{\widehat{Q}}_{i-1} f$ являются значениями функции $\overset{(j)}{f}$ соответственно при $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{\Pi}}_{i-1} v(\tau_{j-1},\varepsilon)$, $t = t_{j-1} + \varepsilon\tau_{j-1}$ и $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{Q}}_{i-1} v(\tau_j,\varepsilon)$, $t = t_j + \varepsilon\tau_j$.

Пусть функции $\overset{(j)}{\overline{v}}_0$ находятся из задачи

$$\overline{P}_0\colon \overline{J}_0(\overline{u}_0) = \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{2}\int_{t_{j-1}}^{t_j}\left(\left\langle \overset{(j)}{\overline{z}}_0, \overset{(j)}{\mathbb{W}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{z}}_0\right\rangle + \left\langle \overset{(j)}{\overline{u}}_0, \overset{(j)}{\mathbb{R}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{u}}_0\right\rangle\right)dt \to \min_{(\overset{(1)}{\overline{u}}_0, \overset{(2)}{\overline{u}}_0)},$$

$$E_1\dot{\overset{(j)}{\overline{z}}}_0 = \overset{(j)}{\mathbb{A}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{z}}_0 + \overset{(j)}{\mathbb{B}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{u}}_0, \quad t \in [t_{j-1}, t_j], \quad j = 1,2,$$

$$E_1\overset{(1)}{\overline{z}}_0(0) = E_1 z^0, \quad E_1\overset{(2)}{\overline{z}}_0(t_1) = E_1\overset{(1)}{\overline{z}}_0(t_1).$$

Задача $\overline{P}_0$ принадлежит к классу задач первого типа, рассматривавшихся в начале главы. Она однозначно разрешима, её сопряженную переменную обозначим через $\overset{(j)}{\overline{\omega}}_0, j = 1,2$.

Выражение для J_1 после преобразования с использованием условия оптимальности управления для задачи $\overline{P}_0$ и отбрасывания известных после решения задачи $\overline{P}_0$ слагаемых примет вид суммы $\Pi 1 J_0 + \Pi 2 J_0 + \Pi 3 J_0$, где

$$\Pi 1 J_0 = \Pi 1 J_0(\overset{(1)}{\Pi}_0 u) = \frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\left(\left\langle \overset{(1)}{\Pi}_0 z, \overset{(1)}{\mathbb{W}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_0 z\right\rangle + \left\langle \overset{(1)}{\Pi}_0 u, \overset{(1)}{\mathbb{R}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_0 u\right\rangle\right)d\tau_0,$$

$$\Pi 2 J_0 = \Pi 2 J_0(\overset{(1)}{Q}_0 u, \overset{(2)}{\Pi}_0 u) = \langle \overset{(1)}{Q}_0 z(0), E_2'\overset{(1)}{\overline{\omega}}_0(t_1)\rangle - \langle \overset{(2)}{\Pi}_0 z(0), E_2'\overset{(2)}{\overline{\omega}}_0(t_1)\rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0}\left(\left\langle \overset{(1)}{Q}_0 z, \overset{(1)}{\mathbb{W}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_0 z\right\rangle + \left\langle \overset{(1)}{Q}_0 u, \overset{(1)}{\mathbb{R}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_0 u\right\rangle\right)d\tau_1 +$$

$$+\frac{1}{2}\int_0^{+\infty}\left(\left\langle \overset{(2)}{\Pi}_0 z, \overset{(2)}{\mathbb{W}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_0 z\right\rangle + \left\langle \overset{(2)}{\Pi}_0 u, \overset{(2)}{\mathbb{R}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_0 u\right\rangle\right)d\tau_1,$$

$$\Pi 3 J_0 = \Pi 3 J_0(\overset{(2)}{Q}_0 u) = \langle \overset{(2)}{Q}_0 z(0), E_2'\overset{(2)}{\overline{\omega}}_0(T)\rangle +$$

$$+\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{0}\left(\left\langle \overset{(2)}{Q}_0 z, \overset{(2)}{\mathbb{W}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_0 z\right\rangle + \left\langle \overset{(2)}{Q}_0 u, \overset{(2)}{\mathbb{R}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_0 u\right\rangle\right)d\tau_2.$$

Уравнения для определения коэффициентов погранслойных рядов в разложении (7) содержат функции погранслоя только одного из четырёх рассматриваемых типов. Поэтому коэффициенты погранслойных рядов в нулевом приближении могут быть найдены путем решения следующих трёх задач:

$$\Pi 1 P_0\colon\ \Pi 1 J_0(\overset{(1)}{\Pi}_0 u) \to \min_{\overset{(1)}{\Pi}_0 u},$$

$$\frac{d\overset{(1)}{\Pi}_0 z}{d\tau_0} = E_2(\overset{(1)}{\mathbb{A}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_0 z + \overset{(1)}{\mathbb{B}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_0 u), \quad \tau_0 \geq 0,$$

$$E_1\overset{(1)}{\Pi}_0 z(+\infty) = 0, \ \ E_2\overset{(1)}{\Pi}_0 z(0) = E_2(z^0 - \overset{(1)}{\overline{z}}_0(0)),$$

$$\Pi 2 P_0\colon\ \Pi 2 J_0(\overset{(1)}{Q}_0 u, \overset{(2)}{\Pi}_0 u) \to \min_{(\overset{(1)}{Q}_0 u, \overset{(2)}{\Pi}_0 u)},$$

$$\frac{d\overset{(1)}{Q}_0 z}{d\tau_1} = E_2(\overset{(1)}{\mathbb{A}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_0 z + \overset{(1)}{\mathbb{B}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_0 u), \quad \tau_1 \leq 0,$$

$$\frac{d\overset{(2)}{\Pi}_0 z}{d\tau_1} = E_2(\overset{(2)}{\mathbb{A}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_0 z + \overset{(2)}{\mathbb{B}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_0 u), \quad \tau_1 \geq 0,$$

$$\overset{(1)}{Q}_0 z(-\infty) = 0, \ E_1\overset{(2)}{\Pi}_0 z(+\infty) = 0, \ E_2\overset{(2)}{\Pi}_0 z(0) = E_2(\overset{(1)}{\overline{z}}_0(t_1) + \overset{(1)}{Q}_0 z(0) - \overset{(2)}{\overline{z}}_0(t_1)),$$

$$\Pi 3 P_0\colon\ \Pi 3 J_0(\overset{(2)}{Q}_0 u) \to \min_{\overset{(2)}{Q}_0 u},$$

$$\frac{d\overset{(2)}{Q}_0 z}{d\tau_2} = E_2(\overset{(2)}{\mathbb{A}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_0 z + \overset{(2)}{\mathbb{B}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_0 u), \quad \tau_2 \leq 0,$$

$$\overset{(2)}{Q}_0 z(-\infty) = 0.$$

Введём рекуррентным образом задачи для определения членов разложения (7) с положительными номерами. Пусть задачи $\overline{P}_i$, $\Pi 1 P_i$, $\Pi 2 P_i$, $\Pi 3 P_i$, $0 \leq i \leq n-1$, уже решены. Сопряженные переменные для этих задач обозначим соответственно через $\overset{(j)}{\overline{\omega}}_i(t)$, $j = 1, 2$, $\overset{(1)}{\Pi}_i \omega(\tau_0)$, $(\overset{(1)}{Q}_i \omega(\tau_1), \overset{(2)}{\Pi}_i \omega(\tau_1))$, $\overset{(2)}{Q}_i \omega(\tau_2)$.

Для определения $\overline{v}_n(t)$, $t \in [0, T]$, рассматривается задача $\overline{P}_n$, которая заключается в минимизации функционала

$$\overline{J}_n(\overline{u}_n) = \langle \overset{(1)}{\overline{z}}_n(t_1), E_1'\overset{(1)}{Q}_{n-1}\omega(0)\rangle - \langle \overset{(2)}{\overline{z}}_n(t_1), E_1'\overset{(2)}{\Pi}_{n-1}\omega(0)\rangle +$$
$$+\langle \overset{(2)}{\overline{z}}_n(T), E_1'\overset{(2)}{Q}_{n-1}\omega(0)\rangle + \sum_{j=1}^{2}\int_{t_{j-1}}^{t_j}\Big(\Big\langle \overset{(j)}{\overline{z}}_n(t), \frac{1}{2}\overset{(j)}{\mathbb{W}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{z}}_n(t) +$$

$$+ [\overset{(j)}{\widehat{q}}_{n-1}]_n - E_2'\dot{\overset{(j)}{\overline{\omega}}}_{n-1}(t)\Big\rangle + \Big\langle \overset{(j)}{\overline{u}}_n(t), \frac{1}{2}\overset{(j)}{\mathbb{R}}_0(t)\overset{(j)}{\overline{u}}_n(t) + [\overset{(j)}{\widehat{g}}_{n-1}]_n\Big\rangle\Big)\,dt$$

на траекториях системы (9) при $i = n$ с условиями

$$E_1\overset{(1)}{\overline{z}}_n(0) = -E_1\overset{(1)}{\Pi}_n z(0),\ \ E_1(\overset{(2)}{\overline{z}}_n(t_1) - \overset{(1)}{\overline{z}}_n(t_1)) = E_1(\overset{(1)}{Q}_n z(0) - \overset{(2)}{\Pi}_n z(0)).$$

Здесь символы $\overset{(j)}{\widehat{q}}_{n-1}$, $\overset{(j)}{\widehat{g}}_{n-1}$ означают значения функций $\overset{(j)}{q}$, $\overset{(j)}{g}$ при $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{\overline{v}}}_{n-1}$, $\overset{(j)}{\omega} = \overset{(j)}{\widetilde{\overline{\omega}}}_{n-1}$.

Для определения $\overset{(1)}{\Pi}_n v(\tau_0)$, $\tau_0 \in [0, +\infty)$, рассматривается задача $\Pi 1 P_n$, которая заключается в минимизации функционала

$$\Pi 1 J_n(\overset{(1)}{\Pi}_n u) = \int_0^{+\infty}\Big(\Big\langle \overset{(1)}{\Pi}_n z(\tau_0), \frac{1}{2}\overset{(1)}{\mathbb{W}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_n z(\tau_0) + [\overset{(1)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} q]_n\Big\rangle +$$
$$+ \Big\langle \overset{(1)}{\Pi}_n u(\tau_0), \frac{1}{2}\overset{(1)}{\mathbb{R}}_0(0)\overset{(1)}{\Pi}_n u(\tau_0) + [\overset{(1)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} g]_n\Big\rangle\Big)\,d\tau_0$$

на траекториях системы (10) при $j = 1$, $i = n$ с условиями

$$E_1\overset{(1)}{\Pi}_n z(+\infty) = 0,\ \ E_2\overset{(1)}{\Pi}_n z(0) = -E_2\overset{(1)}{\overline{z}}_n(0).$$

Для определения $\overset{(1)}{Q}_n v(\tau_1)$ при $\tau_1 \in (-\infty, 0]$ и $\overset{(2)}{\Pi}_n v(\tau_1)$ при $\tau_1 \in [0, +\infty)$ рассматривается задача $\Pi 2 P_n$, которая заключается в минимизации функционала

$$\Pi 2 J_n(\overset{(1)}{Q}_n u, \overset{(2)}{\Pi}_n u) = \langle \overset{(1)}{Q}_n z(0), E_2'\overset{(1)}{\overline{\omega}}_n(t_1)\rangle - \langle \overset{(2)}{\Pi}_n z(0), E_2'\overset{(2)}{\overline{\omega}}_n(t_1)\rangle +$$
$$+\int_{-\infty}^0\Big(\Big\langle \overset{(1)}{Q}_n z(\tau_1), \frac{1}{2}\overset{(1)}{\mathbb{W}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_n z(\tau_1) + [\overset{(1)}{\widehat{Q}}_{n-1} q]_n\Big\rangle + \Big\langle \overset{(1)}{Q}_n u(\tau_1), \frac{1}{2}\overset{(1)}{\mathbb{R}}_0(t_1)\overset{(1)}{Q}_n u(\tau_1) +$$
$$+ [\overset{(1)}{\widehat{Q}}_{n-1} g]_n\Big\rangle\Big)\,d\tau_1 + \int_0^{+\infty}\Big(\Big\langle \overset{(2)}{\Pi}_n z(\tau_1), \frac{1}{2}\overset{(2)}{\mathbb{W}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_n z(\tau_1) + [\overset{(2)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} q]_n\Big\rangle +$$
$$+ \Big\langle \overset{(2)}{\Pi}_n u(\tau_1), \frac{1}{2}\overset{(2)}{\mathbb{R}}_0(t_1)\overset{(2)}{\Pi}_n u(\tau_1) + [\overset{(2)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} g]_n\Big\rangle\Big)\,d\tau_1$$

на траекториях системы (10) при $j = 2$, $i = n$ и (11) при $j = 1$, $i = n$ с условиями

$$\overset{(1)}{Q}_n z(-\infty) = 0, E_1\overset{(2)}{\Pi}_n z(+\infty) = 0, E_2(\overset{(2)}{\Pi}_n z(0) - \overset{(1)}{Q}_n z(0)) = E_2(\overset{(1)}{\overline{z}}_n(t_1) - \overset{(2)}{\overline{z}}_n(t_1)).$$

Для определения $\overset{(2)}{Q}_n v(\tau_2)$, $\tau_2 \in (-\infty, 0]$, рассматривается задача $\Pi 3P_n$, которая заключается в минимизации функционала

$$\Pi 3J_n(\overset{(2)}{Q}_n u) = \langle \overset{(2)}{Q}_n z(0), E_2' \overset{(2)}{\overline{\omega}}_n(T)\rangle + \int_{-\infty}^{0} \Bigg(\Bigg\langle \overset{(2)}{Q}_n z(\tau_2), \frac{1}{2}\overset{(2)}{\mathbb{W}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_n z(\tau_2) +$$

$$+ [\overset{(2)}{\widehat{Q}}_{n-1} q]_n \Bigg\rangle + \Bigg\langle \overset{(2)}{Q}_n u(\tau_2), \frac{1}{2}\overset{(2)}{\mathbb{R}}_0(T)\overset{(2)}{Q}_n u(\tau_2) + [\overset{(2)}{\widehat{Q}}_{n-1} g]_n \Bigg\rangle \Bigg) d\tau_2$$

на траекториях системы (11) при $j = 2$, $i = n$, $\tau_2 \in (-\infty, 0]$ с условием

$$\overset{(2)}{Q}_n z(-\infty) = 0.$$

В задачах $\Pi 1P_n$, $\Pi 2P_n$, $\Pi 3P_n$ символы $\overset{(j)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} q$, $\overset{(j)}{\widehat{\Pi}}_{n-1} g$ означают значения функций $\overset{(j)}{q}$, $\overset{(j)}{g}$ при $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{\Pi}}_{n-1} v$, $\overset{(j)}{\omega} = (\varepsilon E_1 + E_2)\overset{(j)}{\widetilde{\Pi}}_{n-1}\omega$, а $\overset{(j)}{\widehat{Q}}_{n-1} q$, $\overset{(j)}{\widehat{Q}}_{n-1} g$ - значения этих функций при $\overset{(j)}{v} = \overset{(j)}{\widetilde{Q}}_{n-1} v$, $\overset{(j)}{\omega} = (\varepsilon E_1 + E_2)\overset{(j)}{\widetilde{Q}}_{n-1}\omega$; $\overset{(j)}{\widetilde{\Pi}}_{n-1}\omega(\tau_{j-1}, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon^i \overset{(j)}{\Pi}_i \omega(\tau_{j-1})$, $\overset{(j)}{\widetilde{Q}}_{n-1}\omega(\tau_j, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon^i \overset{(j)}{Q}_i \omega(\tau_j)$, $j = 1, 2$.

Задачи $\overline{P}_n$, $\Pi 1P_n$, $\Pi 2P_n$, $\Pi 3P_n$ $(n \geq 0)$ принадлежат к классам задач первого, второго, третьего и четвертого типов соответственно, рассматривавшимся в начале главы. Эти задачи однозначно разрешимы и их решения можно найти из условий оптимальности управления.

Доказаны сформулированные ниже две теоремы, из которых вытекает обоснование вида задач для нахождения членов асимптотического разложения решения задачи P_ε.

Подставим в (2),(3), (4) - (6) (переобозначаем $\overset{(j)}{v}_*(t, \varepsilon) = \overset{(j)}{v}$) вместо $\overset{(j)}{v}$ их разложения вида (7) и вместо $\overset{(j)}{\zeta}(t, \varepsilon)$ разложения

$$\overset{(j)}{\zeta}(t, \varepsilon) = \sum_{i \geq 0} \varepsilon^i \left(\overset{(j)}{\overline{\zeta}}_i(t) + \overset{(j)}{\Pi}_i \zeta(\tau_{j-1}) + \overset{(j)}{Q}_i \zeta(\tau_j) \right), \quad j = 1, 2. \tag{12}$$

Выражения, входящие в рассматриваемую систему, представим в виде асимптотической суммы слагаемых, зависящих от $t, \tau_0, \tau_1, \tau_2$. Затем во всех равенствах системы приравняем коэффициенты при одинаковых степенях ε, отдельно зависящие от $t, \tau_0, \tau_1, \tau_2$.

Теорема 1. *Задачи, полученные из условий оптимальности управления для задач $\overline{P}_n$, $\Pi 1P_n$, $\Pi 2P_n$ и $\Pi 3P_n$, совпадают соответственно с задачами* *для* $(\overset{(j)}{\overline{v}}_n, \overset{(j)}{\overline{\zeta}}_n), j = 1, 2$*;* $(\overset{(1)}{\Pi}_n v, E_1'\overset{(1)}{\Pi}_{n+1}\zeta + E_2'\overset{(1)}{\Pi}_n\zeta)$*,* $(\overset{(1)}{Q}_n v, E_1'\overset{(1)}{Q}_{n+1}\zeta + E_2'\overset{(1)}{Q}_n\zeta,$ $\overset{(2)}{\Pi}_n v, E_1'\overset{(2)}{\Pi}_{n+1}\zeta + E_2'\overset{(2)}{\Pi}_n\eta)$*,* $(\overset{(2)}{Q}_n v, E_1'\overset{(2)}{Q}_{n+1}\zeta + E_2'\overset{(2)}{Q}_n\zeta)$ *из асимптотики* (7), (12) *решения задачи* (2), (3), (4) - (6), *вытекающими из условия оптимальности управления для задачи* P_ε*.*

Теорема 2. *Критерий качества* $\overline{J}_n$ *получается в результате преобразования коэффициента* J_{2n} *из разложения* (8), *а сумма критериев качества* $\Pi 1 J_n + \Pi 2 J_n + \Pi 3 J_n$ *получается в результате преобразования коэффициента* J_{2n+1} *из разложения* (8).

Далее доказаны оценки приближенного асимптотического решения и невозрастание значений критерия качества при каждом новом приближении оптимального управления.

Теорема 3. *Для всех* $t \in [0, T]$ *и достаточно малых* $\varepsilon > 0$ *для решения задачи* P_ε *функций* $v_*(., \varepsilon)$ *имеют место оценки*

$$\|\widetilde{v}_n(t, \varepsilon) - v_*(t, \varepsilon)\| \le c\varepsilon^{n+1}, \;\; J_\varepsilon(\widetilde{u}_n) - J_\varepsilon(u_*) \le c\varepsilon^{2(n+2)},$$

где $\widetilde{v}_n(t, \varepsilon)$ - приближенное решение задачи P_ε.

Теорема 4. *При достаточно малых* $\varepsilon > 0$ *справедливы неравенства*

$$J_\varepsilon(\widetilde{u}_i) \le J_\varepsilon(\widetilde{u}_{i-1}).$$

Во второй главе для построения асимптотики решения задачи (1) – (3) используется вид оптимального управления в форме обратной связи из следующей теоремы

Теорема 5. *Пусть* $\overset{(j)}{\mathbb{K}}(\cdot, \varepsilon)$ *- решение задачи*

$$\begin{gathered} \mathbb{E}(\varepsilon)'\dot{\overset{(j)}{\mathbb{K}}} = -\overset{(j)}{\mathbb{K}}{}'\overset{(j)}{\mathbb{A}} - \overset{(j)}{\mathbb{A}}{}'\overset{(j)}{\mathbb{K}} + \overset{(j)}{\mathbb{K}}{}'\overset{(j)}{\mathbb{S}}\overset{(j)}{\mathbb{K}} - \overset{(j)}{\mathbb{W}}, \\ \overset{(j)}{\mathbb{S}} = \overset{(j)}{\mathbb{B}}\overset{(j)}{\mathbb{R}}{}^{-1}\overset{(j)}{\mathbb{B}}{}', \; t \in [t_{j-1}, t_j], \; j = 1, 2, \\ \mathbb{E}(\varepsilon)'\overset{(2)}{\mathbb{K}}(T, \varepsilon) = \mathbb{F}(\varepsilon), \;\; \overset{(1)}{\mathbb{K}}(t_1, \varepsilon) = \overset{(2)}{\mathbb{K}}(t_1, \varepsilon), \end{gathered} \tag{13}$$

$\overset{(j)}{z}_*(\cdot, \varepsilon)$ *- решение задачи*

$$\begin{gathered} \mathbb{E}(\varepsilon)\dot{\overset{(j)}{z}}_* = \left(\overset{(j)}{\mathbb{A}} - \overset{(j)}{\mathbb{S}}\overset{(j)}{\mathbb{K}}\right)\overset{(j)}{z}_*, \; t \in [t_{j-1}, t_j], \;\; j = 1, 2, \\ \overset{(1)}{z}_*(0, \varepsilon) = z^0, \;\; \overset{(2)}{z}_*(t_1, \varepsilon) = \overset{(1)}{z}_*(t_1, \varepsilon). \end{gathered} \tag{14}$$

Тогда функция $u_*(\cdot,\varepsilon)$, составленная из функций

$$\overset{(j)}{u}_* = -\overset{(j)}{\mathbb{R}}{}^{-1}\overset{(j)}{\mathbb{B}}{}'\overset{(j)}{\mathbb{K}}\overset{(j)}{z}_*, \quad t\in[t_{j-1},t_j], \quad j=1,2, \tag{15}$$

является оптимальным управлением для задачи (1) – (3). *При этом оптимальная траектория $z_*(\cdot,\varepsilon)$ составлена из функций $\overset{(j)}{z}_*(\cdot,\varepsilon)$, и минимальное значение критерия качества* (1) *равно*

$$J_\varepsilon(u_*) = \frac{1}{2}\left\langle z^0, \mathbb{E}(\varepsilon)'\overset{(1)}{\mathbb{K}}(0,\varepsilon)z^0\right\rangle.$$

Предполагается, что выполнено одно из следующих двух условий:

2^0. Пары $(\overset{(j)}{A}_{40}(t), \overset{(j)}{B}_{20}(t))$, $t\in[t_{j-1},t_j]$, $j=1,2$, полностью управляемы.

3^0. $\overset{(j)}{B}_{20}(t)=0$, матрицы $\overset{(j)}{A}_{40}(t)$ устойчивы, $t\in[t_{j-1},t_j]$, $j=1,2$.

При этих условиях для решений задач (13), (14) построены разложения в виде рядов по целым неотрицательным степеням ε вида

$$\overset{(j)}{\mathbb{K}}(t,\varepsilon) = \sum_{k\geq 0}\varepsilon^k\left(\overset{(j)}{\overline{\mathbb{K}}}_k(t) + \overset{(j)}{Q}_k\mathbb{K}(\tau_j)\right), \tag{16}$$

$$\overset{(j)}{z}(t,\varepsilon) = \sum_{k\geq 0}\varepsilon^k\left(\overset{(j)}{\overline{z}}_k(t) + \overset{(j)}{\Pi}_k z(\tau_{j-1}) + \overset{(j)}{Q}_k z(\tau_j)\right). \tag{17}$$

Последние разложения дают возможность для оптимального управления (15) построить разложение вида (17).

Через $\overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}}_n(t,\varepsilon)$, $\overset{(j)}{\widetilde{v}}_n(t,\varepsilon)$ $(v=(u',z')')$ обозначим сумму членов построенных разложений с номерами до n включительно.

Доказана

Теорема 6. *Для решений задач* (13), (14) *и оптимального управления* (15) *можно построить разложения в ряд по целым неотрицательным степеням ε вида* (16), (17), *соответственно. При этом остаточные члены удовлетворяют оценкам*

$$\|\overset{(j)}{\mathbb{K}}(t,\varepsilon) - \overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}}_n(t,\varepsilon)\| \leq c\varepsilon^{n+1}, \|\overset{(j)}{v}_*(t,\varepsilon) - \overset{(j)}{\widetilde{v}}_n(t,\varepsilon)\| \leq c\varepsilon^{n+1}.$$

Через $\overset{(j)}{\widehat{z}_n}$ обозначим решение задачи (14) при $\overset{(j)}{\mathbb{K}} = \overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}_n}$, т. е.

$$\mathbb{E}(\varepsilon)\dot{\overset{(j)}{\widehat{z}_n}} = \left(\overset{(j)}{\mathbb{A}} - \overset{(j)}{\mathbb{S}}\overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}_n}\right)\overset{(j)}{\widehat{z}_n},$$
$$\overset{(1)}{\widehat{z}_n}(0,\varepsilon) = z^0, \quad \overset{(2)}{\widehat{z}_n}(t_1,\varepsilon) = \overset{(1)}{\widehat{z}_n}(t_1,\varepsilon). \tag{18}$$

Через $\overset{(j)}{\widehat{u}_n}$ обозначим правую часть выражения (15) при $\overset{(j)}{z_*} = \overset{(j)}{\widehat{z}_n}$, $\overset{(j)}{\mathbb{K}} = \overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}_n}$, т. е.

$$\overset{(j)}{\widehat{u}_n} = -\overset{(j)}{\mathbb{R}^{-1}}\overset{(j)}{\mathbb{B}'}\overset{(j)}{\widetilde{\mathbb{K}}_n}\overset{(j)}{\widehat{z}_n}\ . \tag{19}$$

Теорема 7. *Для оптимального управления задачи* (1) – (3) $u_*(\cdot,\varepsilon)$, *составленного из* $\overset{(j)}{u_*}(\cdot,\varepsilon)$ *в виде* (15), *можно построить, используя асимптотические разложения решений задач* (13) *и* (14), *приближение* $\widehat{u}_n$, *составленное из* $\overset{(j)}{\widehat{u}_n}$ *вида* (19), *где* $\overset{(j)}{\widehat{z}_n}$ *является решением задачи* (18). *При этом для всех* $t \in [0,T]$ *и достаточно малых* $\varepsilon > 0$ *справедливы оценки*

$$\|\overset{(j)}{v_*}(t,\varepsilon) - \overset{(j)}{\widehat{v}_n}(t,\varepsilon)\| \le c\varepsilon^{n+1},\ j = 1,2,\ J_\varepsilon(\widehat{u}_n) - J_\varepsilon(u_*) \le c\varepsilon^{2(n+1)}.$$

В конце глав приведены результаты численных экспериментов.

Список публикаций по теме диссертации

[1] *Нгуен Тхи Хоай.* Приближение нулевого порядка асимптотики решения сингулярно возмущенной линейно - квадратичной задачи управления с разрывными коэффициентами / Г. А. Курина, Нгуен Тхи Хоай // Моделирование и анализ информационных систем. – 2010. – Т. 17, № 1. – С. 93 – 116.

[2] *Нгуен Тхи Хоай.* Асимптотическое решение сингулярно возмущенной слабоуправляемой задачи оптимального управления в случае пересечения корней вырожденного уравнения состояния (формализм)/ Нгуен Тхи Хоай // Современные методы теории функций и смежные проблемы: материалы конференции "Воронежская зимняя математическая школа". – Воронеж: ВорГУ, 2009. – С. 121 – 122.

[3] *Нгуен Тхи Хоай.* Асимптотическое решение сингулярно возмущенной линейно - квадратичной задачи оптимального управления с разрывными коэффициентами / Нгуен Тхи Хоай // Тезисы докладов: "Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна". – Воронеж: ВорГУ, 2010. – С. 110 – 111.

[4] *Нгуен Тхи Хоай.* О нулевом приближении метода прямой схемы построения асимптотики решения линейно - квадратичной задачи управления с разрывными коэффициентами / Нгуен Тхи Хоай // Тезисы докладов: "Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна". – Воронеж: ВорГУ, 2010. – С. 111 – 112.

[5] *Нгуен Тхи Хоай.* Управление в форме обратной связи для линейно - квадратичной сингулярно возмущенной задачи управления с разрывными коэффициентами / Нгуен Тхи Хоай // Современные методы теории краевых задач: материалы конференции "Воронежская весенняя математическая школа - Понтрягинские чтения – XXI". — Воронеж: ВорГУ, 2010. – С. 155 – 158.

[6] *Нгуен Тхи Хоай.* О нулевом приближении метода прямой схемы построения асимптотики решения линейно - квадратичной задачи управления с разрывными коэффициентами / Нгуен Тхи Хоай // – 2010. – Деп. в ВИНИТИ 16.03.2010, № 166 - В. – 21с.

Работа [1] опубликована в издании из списка ВАК РФ.